

# Probing Black Hole Thermal Effects in the Dual CFT via Wave Packets

---

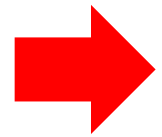
吉川 史起 (KYOTO U.)

共同研究者: 棚橋 典大 (Kyoto U.), 寺嶋 靖治 (YITP)

Based on arXiv: 2601.04647 [hep-th]

# 概要

ブラックホール時空を伝播する波束を構成し、  
AdS/CFT対応を用いて対応するCFTで物理量を計算



CFTにおいて特定の物理量(三点関数)の期待値は  
**温度と時間に依存した指数減衰**

- BH時空における動的な効果を**CFT側**で有限温度効果として具体的に見た！
- 解析的に計算

- 導入
- 方法
- 先行研究
- 本研究
- 計算結果と考察
- まとめ

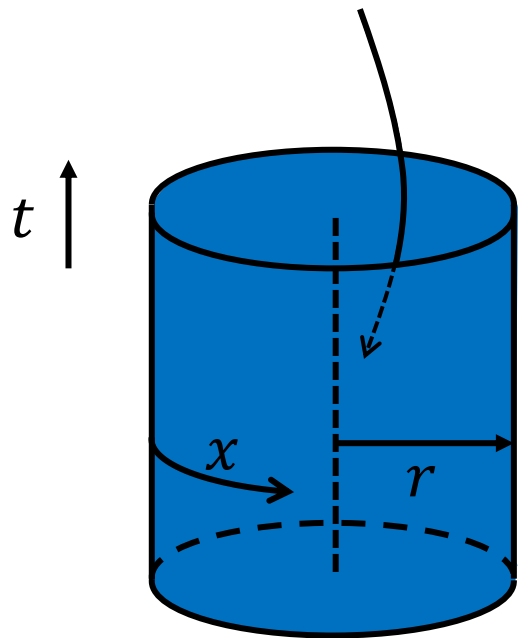
# 導入 AdS/CFT対応とは

反ド・ジッター時空中の  
重力理論

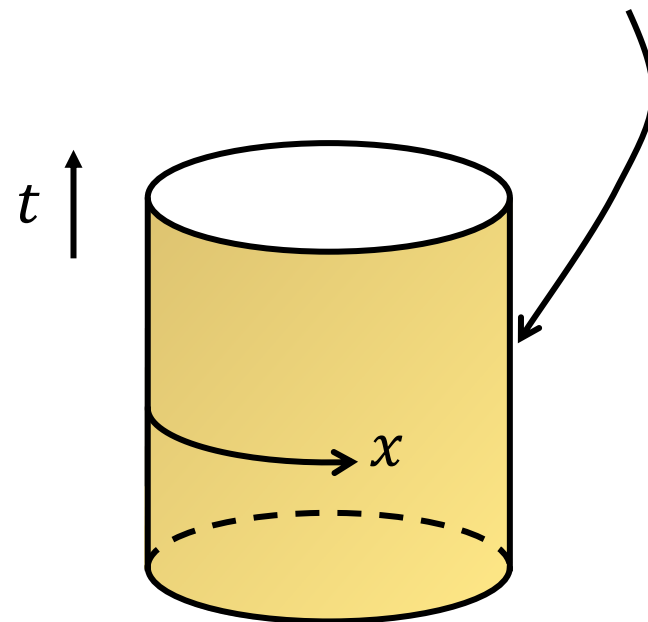
等価

共形不変性を有する  
場の理論(共形場理論)

バルクの $d + 1$ 次元AdS時空



境界に住む $d$ 次元 CFT



# 導入 AdS/CFT対応とは

重力理論とCFTの対応を明確にすることで、量子重力理論をCFTから定義する

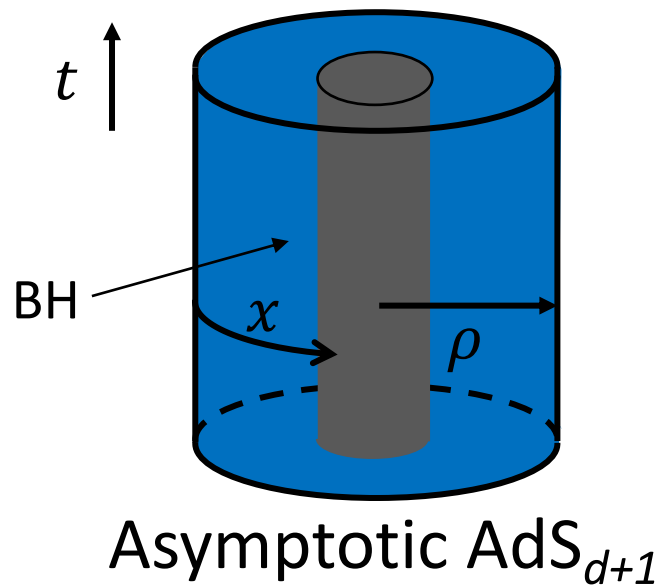
- CFTの相関関数  $\leftrightarrow$  バルクの相関関数
- エンタングルメントエントロピー  $\leftrightarrow$  極小曲面の面積

等がAdS/CFT対応の下で研究されてきた

# 目的：量子重力におけるBHを理解したい

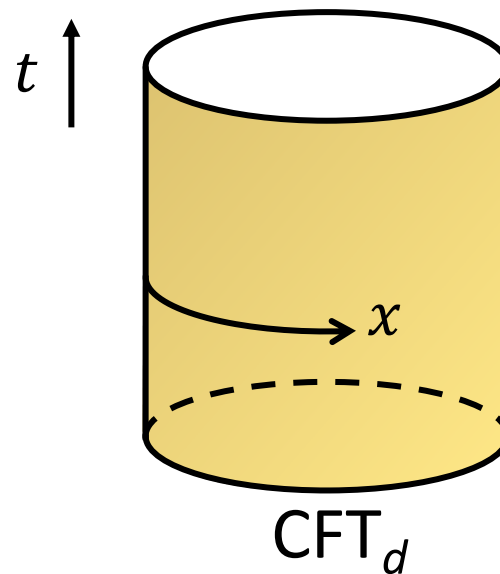
## AdS/CFT対応

Bulk Gravity with BH



ブラックホール半径: $r_H$

CFT (有限温度)



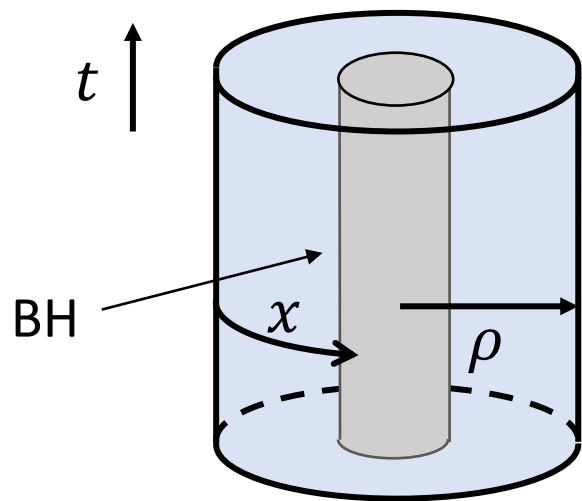
逆温度: $\beta$

等価



# 目的：量子重力におけるBHを理解したい

Bulk Gravity with BH

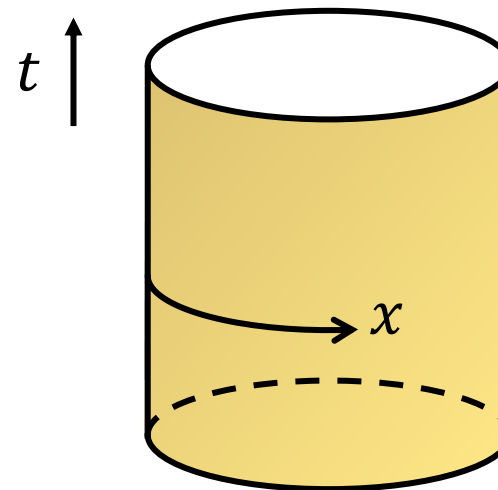


bulkでの古典的な  
計算は多くされている

等価



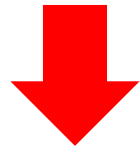
CFT (有限温度)



**CFT側**を調べることで**量子重力**  
におけるBHの性質を理解

# Q. BHの重力の効果はCFTの物理量にどのように反映されるか？

先行研究：エントロピーなどの静的な性質



Q. BH時空における**動的**な効果が  
CFTにどのように反映されるか？

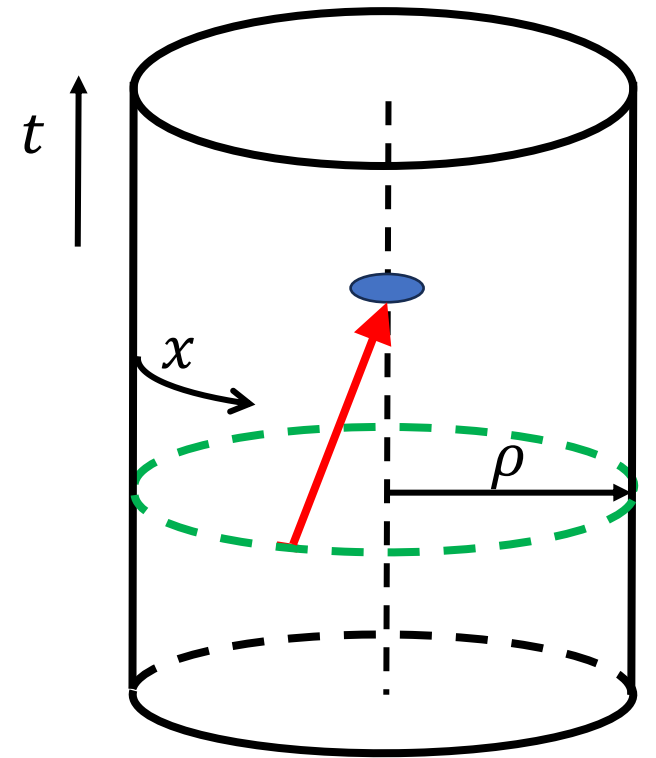
Q. どうやって調べるか？

# 方法:プローブとして波束を用いる

波束はバルク時空を調べる基本的なプローブ  
バルクと境界の対応関係の理解で重要となる

先行研究: pure AdS<sub>3</sub>/CFT<sub>2</sub> [S. Terashima, 2023]  
pure AdS<sub>4</sub>/CFT<sub>3</sub> [N. Tanahashi, S. Terashima, S.Y., 2025]

1. バルクで境界から波束を伝播させるsetupを構成
2. AdS/CFT対応の辞書を用いてCFTの言葉に書き換える
3. CFT側でエネルギー密度を計算



バルクを伝播する波束

バルク波束の振る舞いをCFTのエネルギー密度の時間発展として記述

# 先行研究：計算の流れ

- 波束の構成 (※ポアンカレ座標)

$$|p, \omega\rangle = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{z^\Delta} \int dt dx e^{-\frac{t^2+x^2}{2a^2} - i\omega t + ipx} \phi(t, z, x) |0\rangle$$

AdS/CFT 辞書  
(BDHM relation)

Bulk演算子

$$= \int dt dx e^{-\frac{t^2+x^2}{2a^2} - i\omega t + ipx} \mathcal{O}(t, x) |0\rangle$$

CFT演算子



$$\mathcal{E}(t, x) := \frac{\langle p, \omega | T_{00}(t, x) | p, \omega \rangle}{\langle p, \omega | p, \omega \rangle} \text{ を計算}$$

エネルギー密度(三点関数)

$\Delta$ :  $\mathcal{O}$ の共形次元  
 $a$ : 波束の幅  
 $\omega$ : 波束のエネルギー  
 $p$ : 波束の運動量

# 先行研究：エネルギー密度の計算法

$$\mathcal{E}(t, x) := \frac{\langle p, \omega | T_{00}(t, x) | p, \omega \rangle}{\langle p, \omega | p, \omega \rangle} \quad \text{を計算したい}$$

$$\langle p, \bar{\omega} | T_{00}(t = \bar{t}, x = \bar{x}) | p, \bar{\omega} \rangle \\ = \int dt_1 dx_1 e^{-\frac{(x_1)^2 + t_1^2}{2a^2} - ipx_1 + i\bar{\omega}t_1} \int dt_2 dx_2^i e^{-\frac{(x_2)^2 + t_2^2}{2a^2} + ipx_2 - i\bar{\omega}t_2}$$

$$\times \frac{\Delta}{2} \left( \frac{(u_1 - u_2)^2}{(\bar{u} - u_1)^2(\bar{u} - u_2)^2} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{(\bar{v} - v_1)^2(\bar{v} - v_2)^2} \right) \frac{1}{(u_1 - u_2)^\Delta (v_2 - v_1)^\Delta}$$

$$\langle 0 | \mathcal{O}(t_1, x_1) T_{00}(t = \bar{t}, x = \bar{x}) \mathcal{O}(t_2, x_2) | 0 \rangle$$

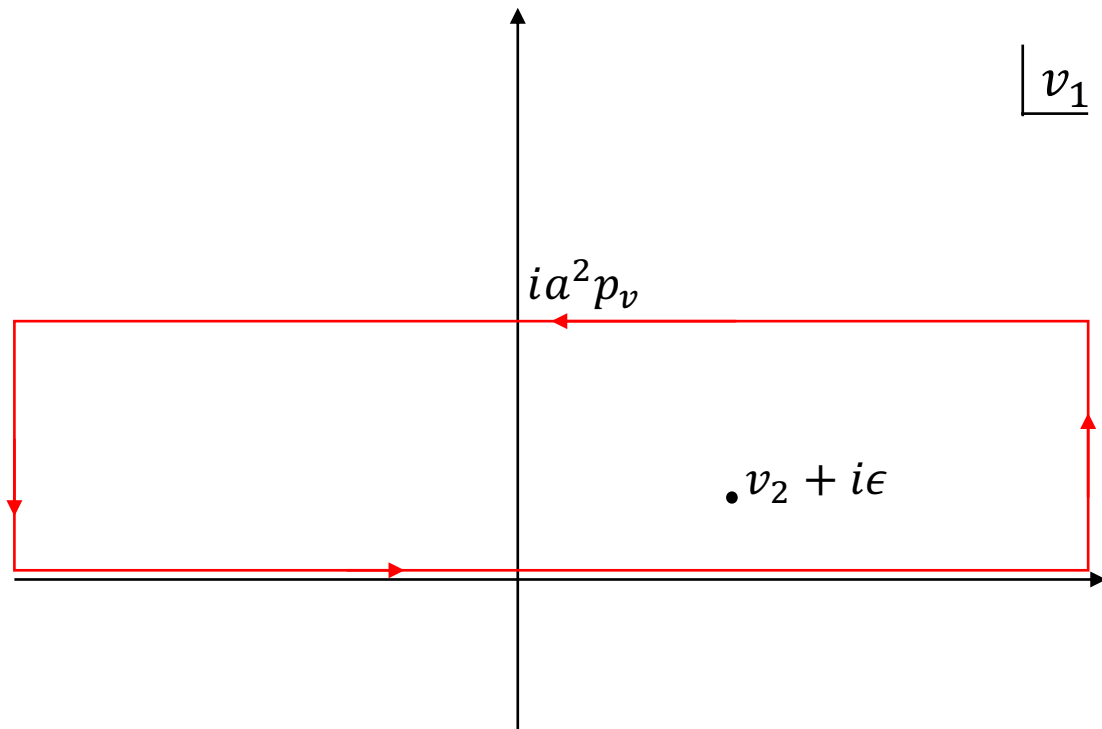
$$u = t + x, \\ v = t - x.$$

この積分を実行すればよい

# 先行研究：エネルギー密度の計算法

例： $v$ 積分

$$e^{-\frac{a^2 p_v^2}{2}} \int dv_1 dv_2 e^{-\frac{(v_1 - ip_v a^2)^2 + (v_2 + ip_v a^2)^2}{4a^2}} \frac{1}{(v_2 - v_1)^\Delta}$$

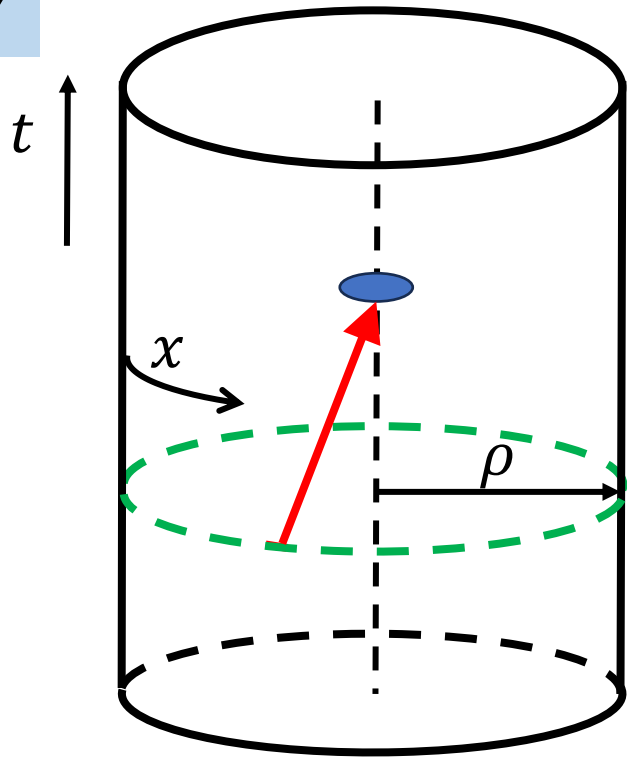


- 留数積分するだけ
- $u$ 積分等，ほかも同様

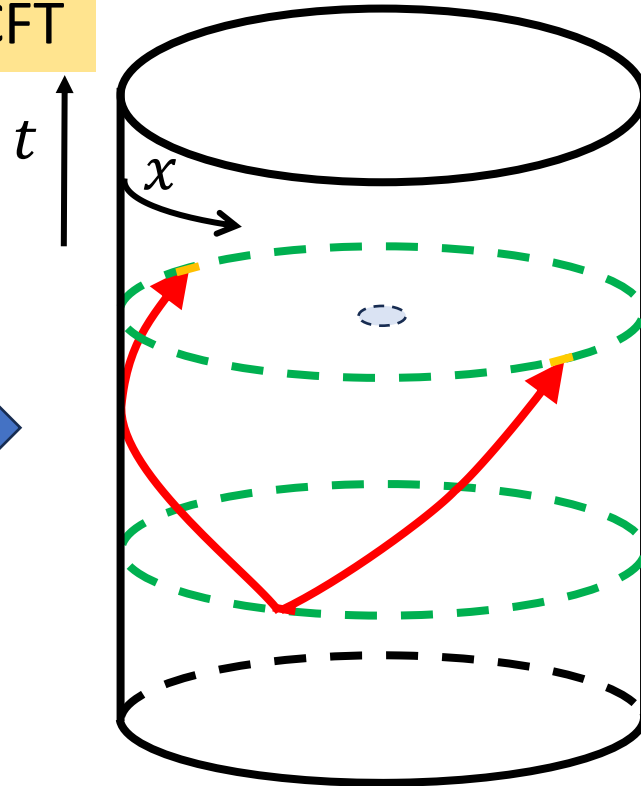
# 先行研究：結果(AdS<sub>3</sub>/CFT<sub>2</sub>) [S. Terashima, 2023]

バルクを伝播する波束に対応してCFTで**エネルギー密度**を計算

バルク



CFT



AdS/CFT対応



CFTにおいて  
光速で伝播

$$u = t + x,$$
$$v = t - x.$$

$a$ : 波束の幅  
 $\omega$ : 波束のエネルギー  
 $p$ : 波束の運動量

$$p_u = \omega - p$$

$$p_v = \omega + p$$

$$\mathcal{E}(t, x) \simeq \frac{1}{2\sqrt{2\pi}a} \left( e^{-\frac{u^2}{2a^2}} p_u + e^{-\frac{v^2}{2a^2}} p_v \right)$$

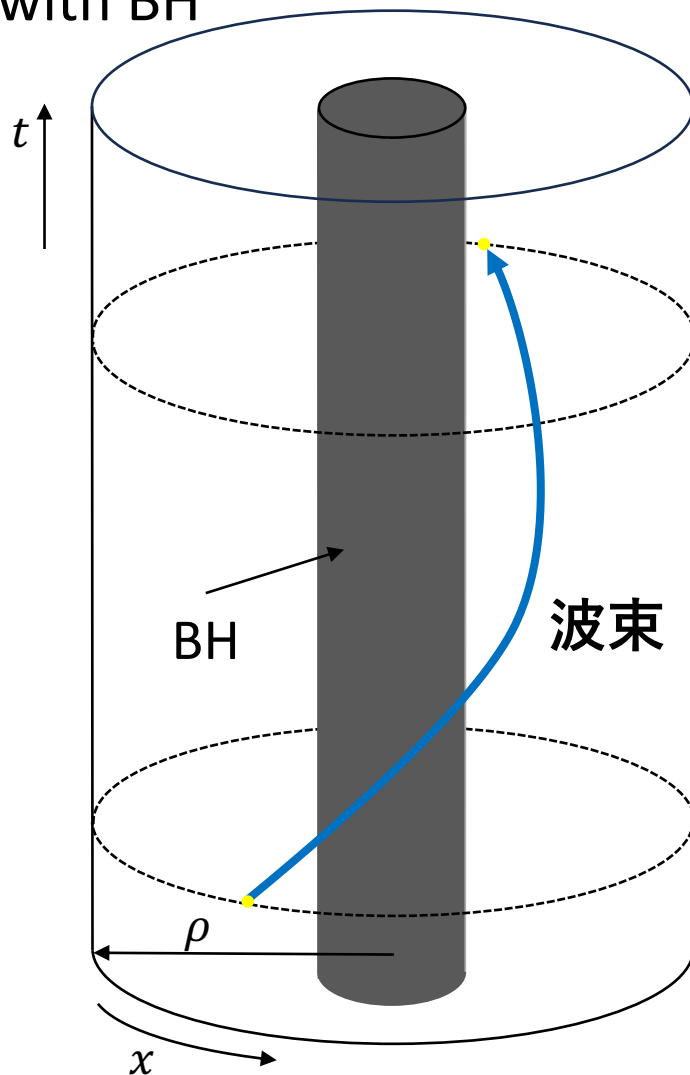
# 本研究：ブラックホールがある場合に応用

バルクで波束がBHから受ける重力の効果がCFTの物理量に現れる

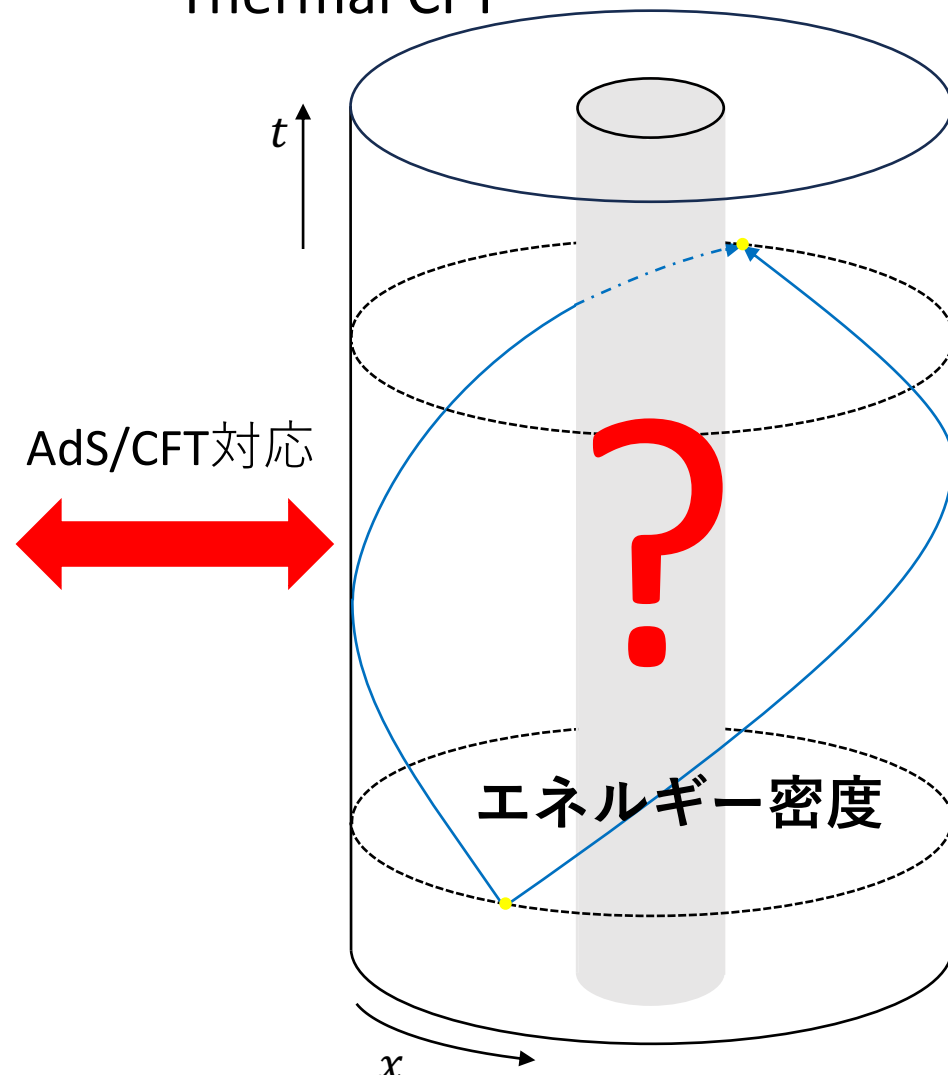


CFTにおける**有限温度効果**

Bulk with BH



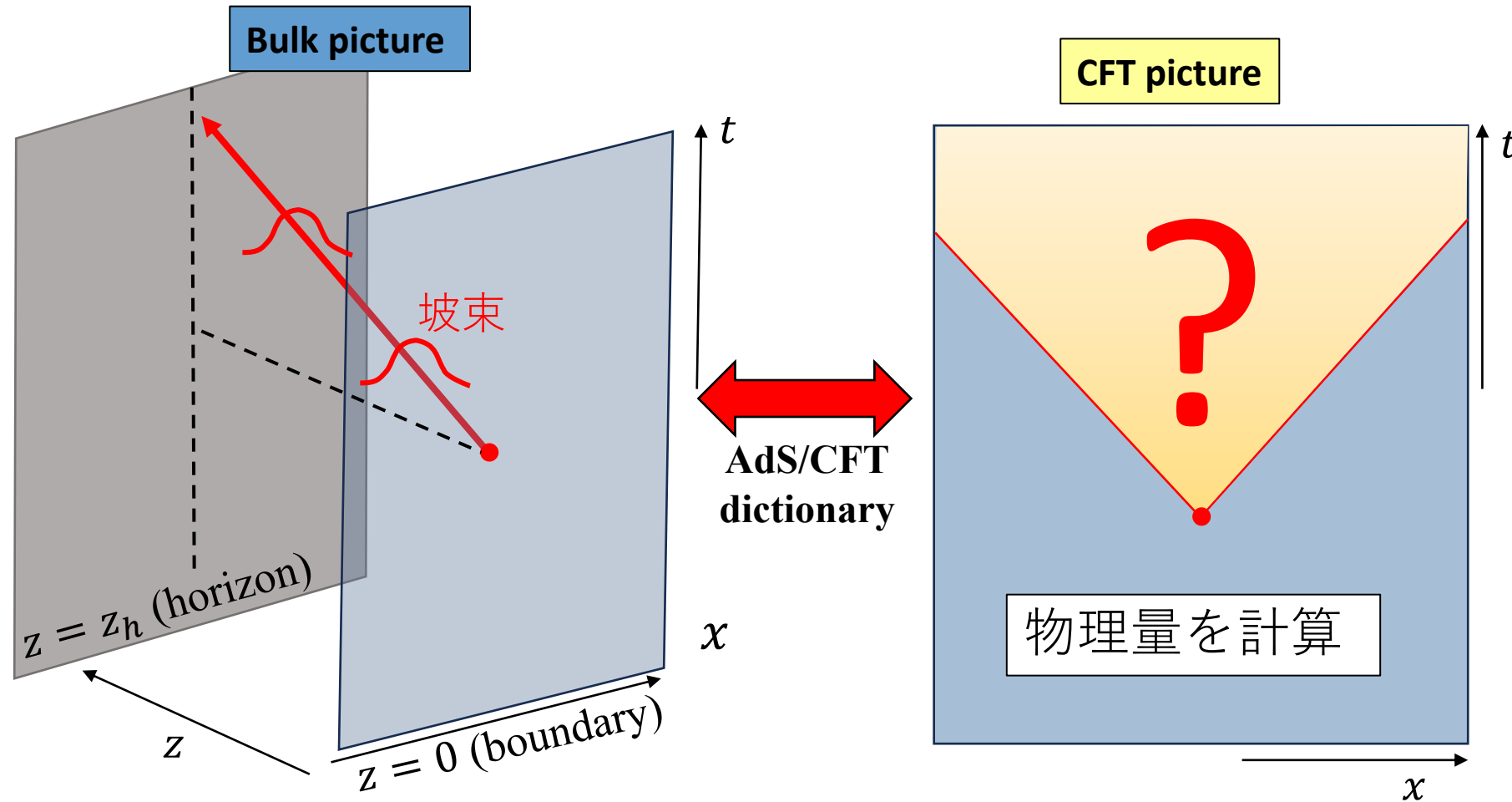
Thermal CFT



AdS/CFT対応



# 本研究で行う実際のセットアップ



テクニカルな問題でplanar BHで考える

# Naïveな予想

Planar BH

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} \left( -f(z)dt^2 + \frac{dz^2}{f(z)} + dx^2 \right), f(z) = 1 - \left( \frac{z}{z_h} \right)^2$$

$$z_h = \frac{L^2}{r_+} = \frac{\beta}{2\pi}$$

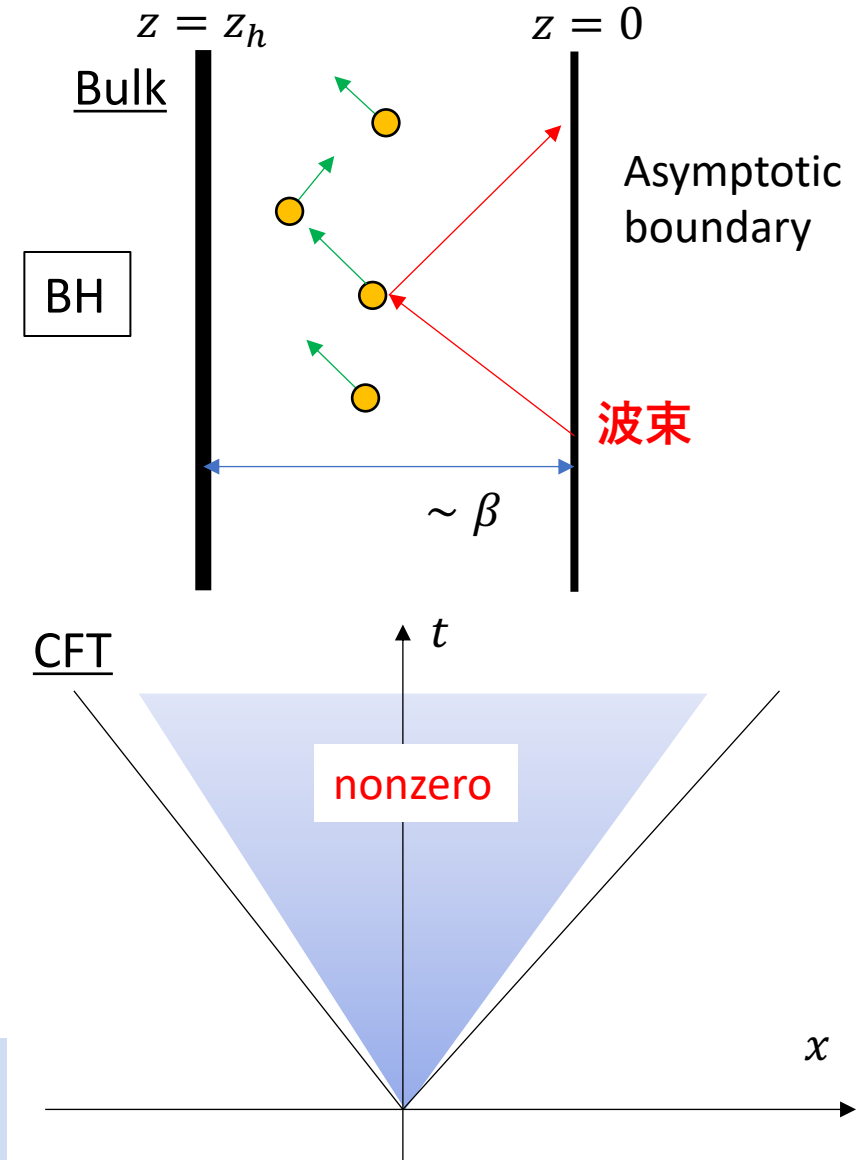
Bulk

- 波束が熱励起と散乱
- BH（曲がった時空）の影響でエネルギーの伝播が遅延



CFT

- 光円錐の内側でも物理量がnonzeroの期待値を持つ？
- 光速がeffectiveに遅くなる？

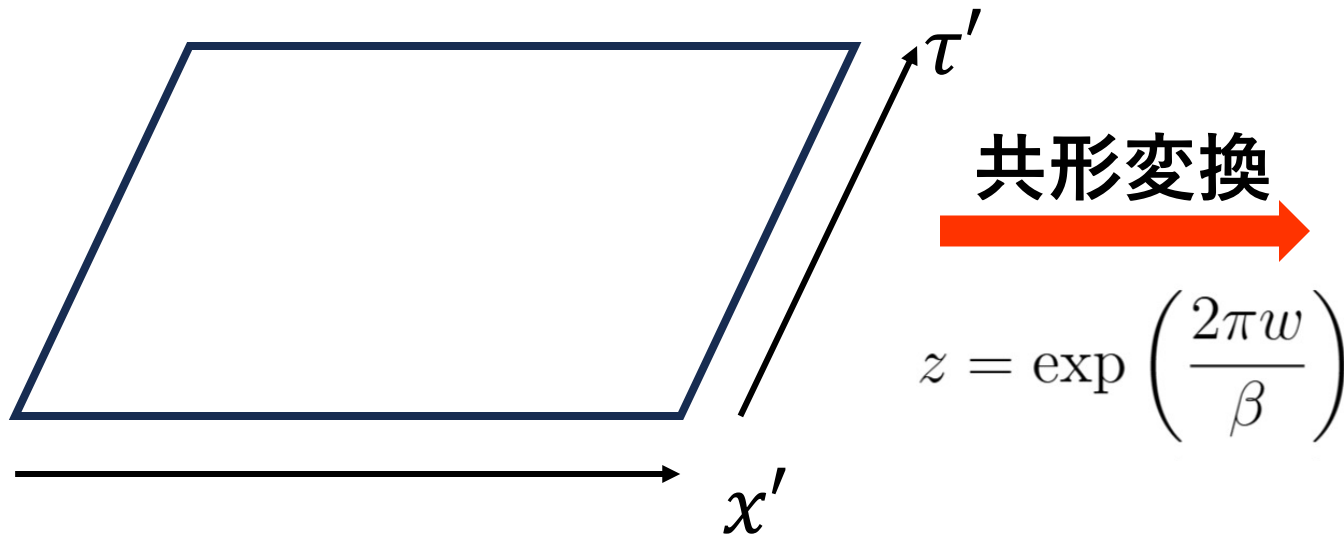


# 有限温度の場合の計算

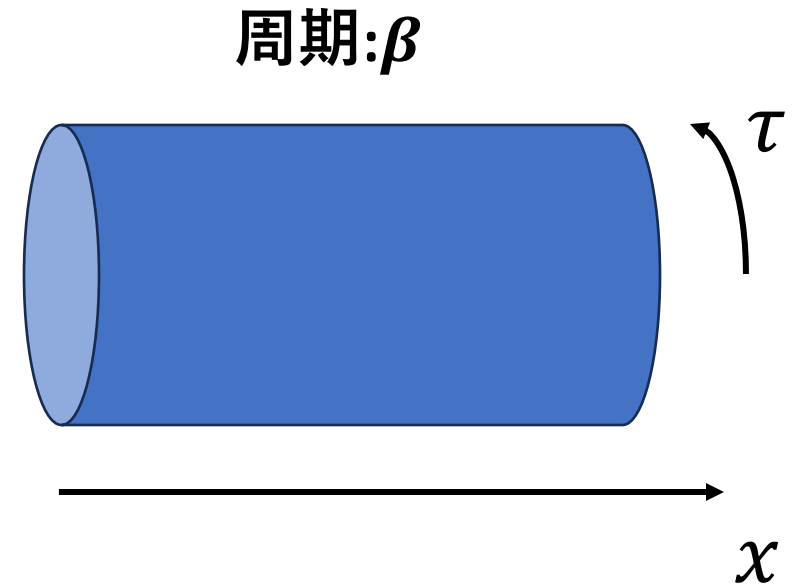
2次元CFTでは共形変換で**先行研究**（零温度）から**有限温度**

$z$ : 平面の複素座標（零温度）

$w$ : 円筒の複素座標（有限温度）



$$z = \exp\left(\frac{2\pi w}{\beta}\right)$$



$$z = x' + i\tau'$$

$$w = x + i\tau$$

# 有限温度の場合の計算

- Correlator

$$\frac{1}{(u_1 - u)^\Delta} \rightarrow \left(\frac{\pi}{\beta}\right)^\Delta \frac{1}{\sinh^\Delta \frac{\pi(u_1 - u)}{\beta}}$$

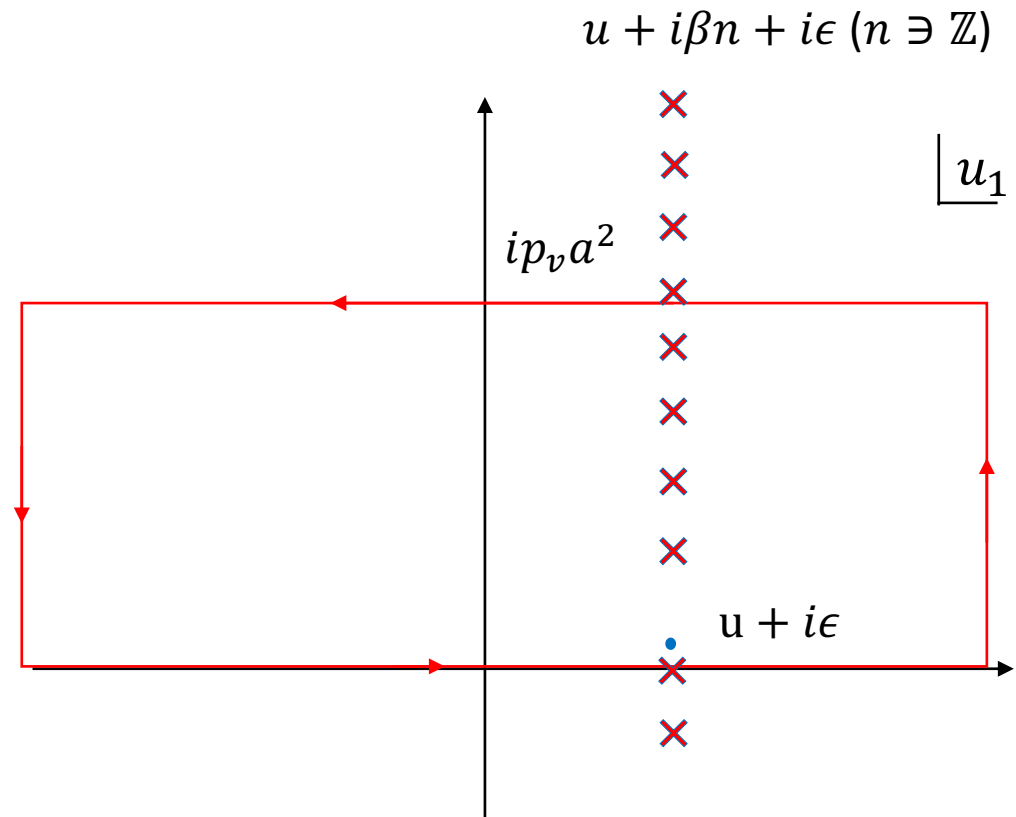
零温度 (先行研究)

有限温度

極が追加



真面目に留数積分+鞍点近似



# 計算結果と考察

## エネルギー密度

$$\mathcal{E}(t, x) \Rightarrow (\omega - p)e^{-\frac{(t+x)^2}{2a^2}} F\left(\beta(\omega - p), \frac{t}{\beta}\right) + (\omega + p)e^{-\frac{(t-x)^2}{2a^2}} G\left(\beta(\omega + p), \frac{t}{\beta}\right)$$

➡ pure AdS<sub>3</sub>/CFT<sub>2</sub>のときと変わらない

先行研究(local excitation)の場合の結果とも consistent

cf. P. Caputa et al., JHEP 01(2015) 102 arXiv:1410.2287

**温度と時間に依存した減衰を示さない=BHの効果が見えない？**

### 理由

- 2次元CFTにおいてエネルギー運動量テンソルは left-moving part と right-moving part に分かれる
- massless 粒子は2次元において散乱の前後でエネルギーが不変

# 計算結果と考察

## エネルギー密度

$$\mathcal{E}(t, x) \Rightarrow (\omega - p)e^{-\frac{(t+x)^2}{2a^2}} F\left(\beta(\omega - p), \frac{t}{\beta}\right) + (\omega + p)e^{-\frac{(t-x)^2}{2a^2}} G\left(\beta(\omega + p), \frac{t}{\beta}\right)$$

光速で2手に分かれて伝播

→バルクにおける伝播の遅延はCFTに現れない

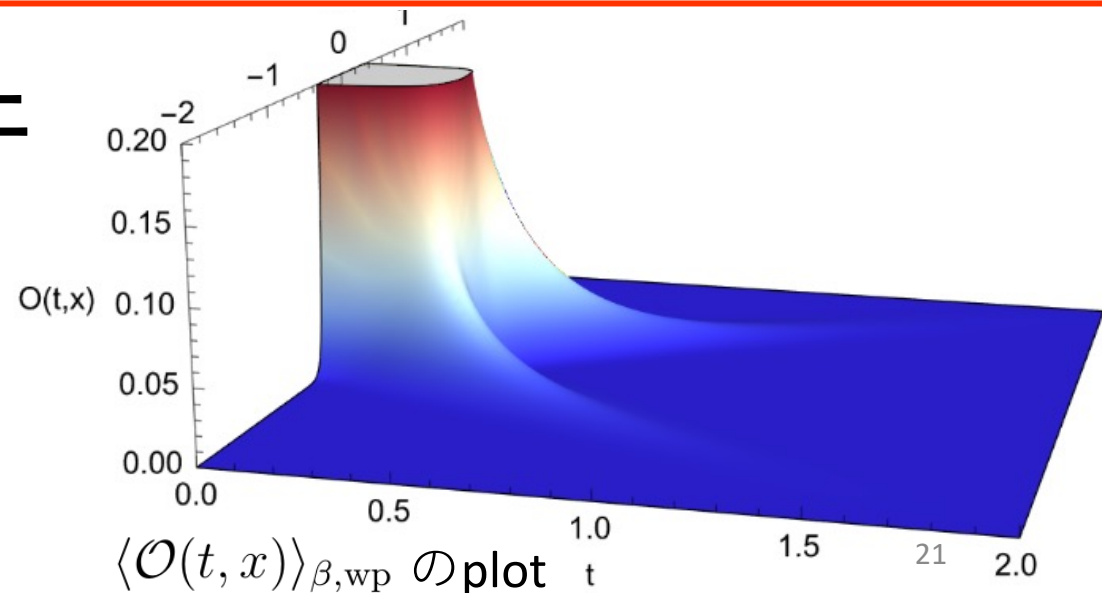
→バルクと境界で因果が整合しない？  
(議論に抜け道はあるが割愛)

# 計算結果と考察

## プライマリー場の期待値

$$\langle \mathcal{O}(t, x) \rangle_{\beta, \text{wp}} \simeq 2C_{123} \left( e^{-\frac{u^2}{2a^2}} e^{-\frac{v^2}{2a^2}} \frac{\pi}{a^2} + e^{-\frac{u^2}{2a^2}} \frac{\pi^2}{ap_v \beta^2} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sinh^2 \frac{\pi v}{\beta}} + e^{-\frac{v^2}{2a^2}} \frac{\pi^2}{ap_u \beta^2} \sqrt{2\pi} \frac{1}{\sinh^2 \frac{\pi u}{\beta}} + \frac{2\pi^4}{\beta^4 p_u p_v} \frac{1}{\sinh^2 \frac{\pi u}{\beta} \sinh^2 \frac{\pi v}{\beta}} \right)$$

- 第二項と第三項がlate timeでの光円錐上での**温度と時間**に依存した指数減衰  
(pure AdSだと時間の冪減衰)
- 第四項は光円錐の内外でnonzero  
(考察の余地あり)

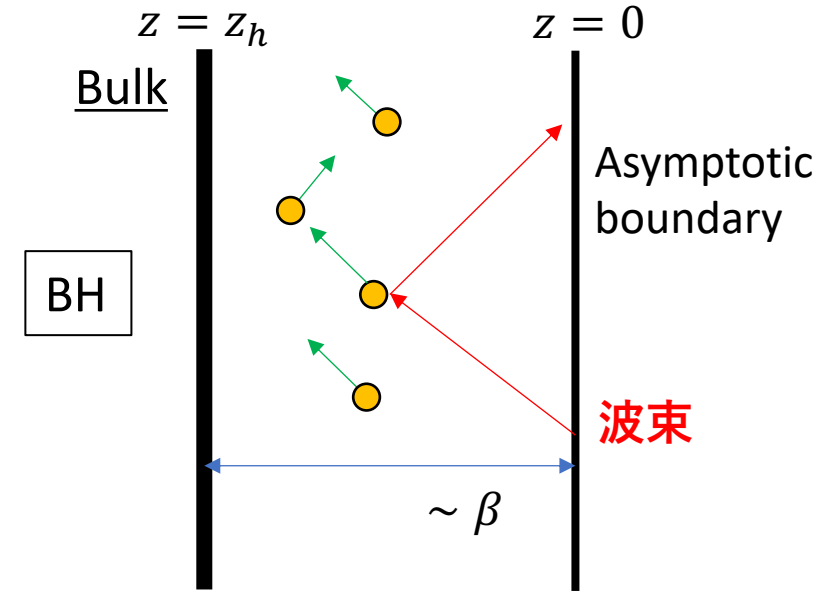


# 計算結果と考察

## 第四項

late time で  $\rightarrow$

$$e^{-\frac{2\pi}{\beta}(|u|+|v|)} = \begin{cases} e^{-\frac{4\pi}{\beta}|t|} & \text{for } |t| > |x| \\ e^{-\frac{4\pi}{\beta}|x|} & \text{for } |x| > |t| \end{cases}$$



- 光円錐内部で温度依存の空間的に一様な分布  $\rightarrow$  **熱化** ?  
バルクでのHawking放射との散乱の効果を含んでいる？

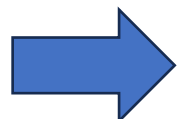
# まとめと展望

## まとめ

- ブラックホール時空を伝播する波束を構成し、CFTにおいて三点関数の期待値を解析的に計算
- プライマリー場の期待値は**温度**と時間に依存した指数減衰 = BHの重力の効果をCFTにおいて見ることが出来た!

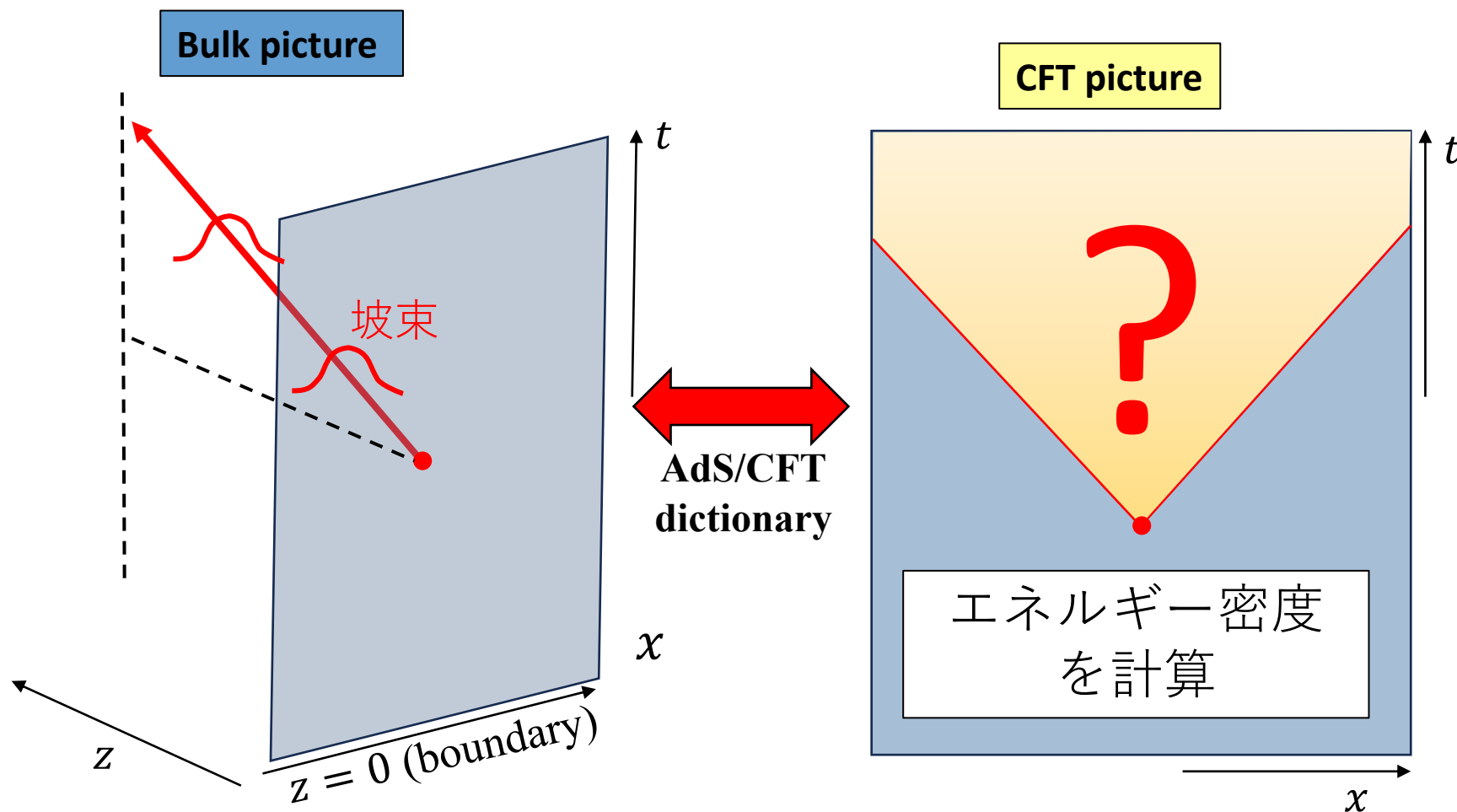
## 展望

- 高次元での計算(CFT側が3次元以上)
- グローバル座標での計算

 伝播の遅延 (AdS/CFT対応における因果の整合性の検証)

バックアップスライド

# 先行研究で行われた実際のセットアップ



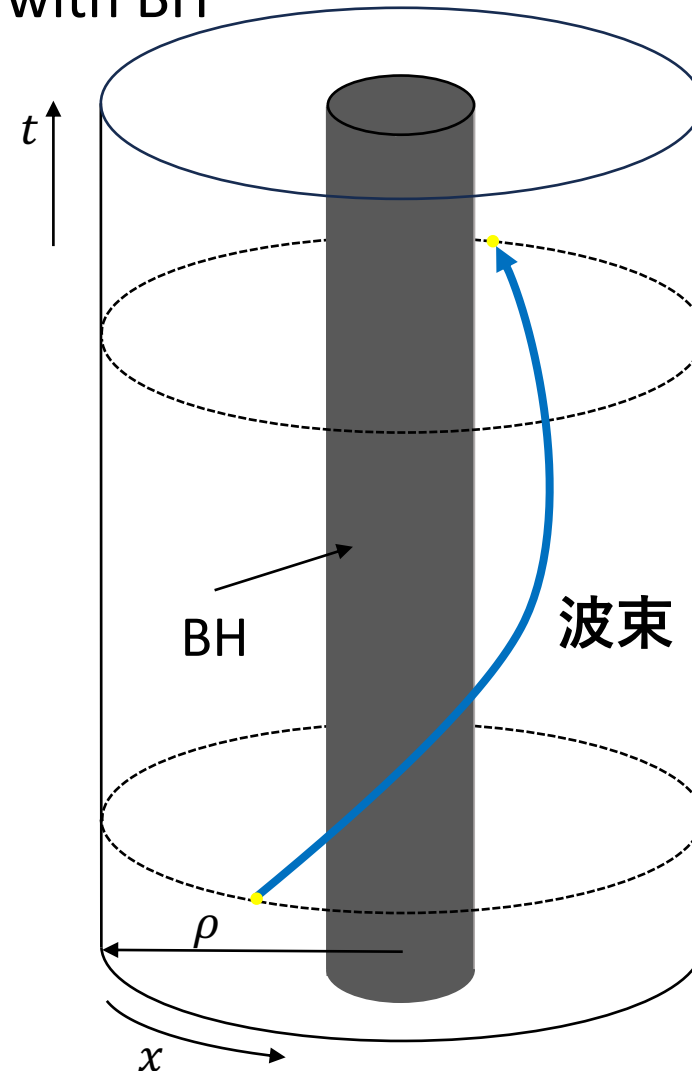
テクニカルな問題でポアンカレ座標で考えた

# BTZブラックホールの特殊性

図のような境界to境界  
null geodesicsは存在しない

4次元以上のバルクBHを  
グローバル座標で考えないと因果律  
の検証はできない

Bulk with BH



# 計算結果と考察：第四項

## 第四項

→  
late time で

$$e^{-\frac{2\pi}{\beta}(|u|+|v|)} = \begin{cases} e^{-\frac{4\pi}{\beta}|t|} & \text{for } |t| > |x| \\ e^{-\frac{4\pi}{\beta}|x|} & \text{for } |x| > |t| \end{cases}$$

- 光円錐外部で nonzero → 因果律に違反？

今回考えた一粒子状態がユニタリー演算子から作られていない

第四項に対応するものをユニタリー演算子を用いてゼロ温度で計算すると、因果律を守って消える

有限温度でどうなるのかは非自明 (Hartle-Hawking vacuum)

$$\begin{aligned}
& \langle \mathcal{O}(t, x) \rangle_0 \\
& := \frac{\langle p, \omega | \mathcal{O}(t, x) | p, \omega \rangle}{\mathcal{N}_0^2} \\
& = \int dt_1 dx_1 e^{-\frac{t_1^2 + x_1^2}{2a^2} + i\omega t - ipx_1} \int dt_3 dx_3 e^{-\frac{t_3^2 + x_3^2}{2a^2} - i\omega t_3 + ipx_3} \langle 0 | \mathcal{O}(t_1, x_1) \mathcal{O}(t, x) \mathcal{O}(t_3, x_3) | 0 \rangle / \mathcal{N}_0^2
\end{aligned}$$

これを共形変換して有限温度に

$$\begin{aligned}
& \langle \mathcal{O}(u_1, v_1) \mathcal{O}(u, v) \mathcal{O}(u_3, v_3) \rangle_\beta \\
& = C_{123} \left( \frac{\pi}{\beta} \right)^{3\Delta} \frac{1}{\sinh \frac{\Delta}{2} \left( \frac{\pi(u_1 - u - i\epsilon)}{\beta} \right)} \frac{1}{\sinh \frac{\Delta}{2} \left( \frac{\pi(u - u_3 - i\epsilon)}{\beta} \right)} \frac{1}{\sinh \frac{\Delta}{2} \left( \frac{\pi(u_3 - u_1 + i\epsilon)}{\beta} \right)} \\
& \quad \times \frac{1}{\sinh \frac{\Delta}{2} \left( \frac{\pi(v - v_1 + i\epsilon)}{\beta} \right)} \frac{1}{\sinh \frac{\Delta}{2} \left( \frac{\pi(v_3 - v + i\epsilon)}{\beta} \right)} \frac{1}{\sinh \frac{\Delta}{2} \left( \frac{\pi(v_1 - v_3 - i\epsilon)}{\beta} \right)}
\end{aligned}$$

# 有限温度の場合の計算

2次元CFTでは共形変換で零温度から**有限温度**

$z$ : 平面の複素座標 (零温度)

$w$ : 円筒の複素座標 (有限温度)

$$z = \exp\left(\frac{2\pi w}{\beta}\right)$$

$$\bar{z} = \exp\left(\frac{2\pi \bar{w}}{\beta}\right)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{O}(w, \bar{w}) &= \frac{dz^h}{dw} \frac{d\bar{z}^{\bar{h}}}{d\bar{w}} \mathcal{O}(z, \bar{z}) \\ &= \left(\frac{2\pi}{\beta}\right)^\Delta z^{\frac{\Delta}{2}} \bar{z}^{\frac{\Delta}{2}} \mathcal{O}(z, \bar{z})\end{aligned}$$

$$T_{\text{cyl.}}(w) = \left(\frac{2\pi}{\beta}\right)^2 \left\{ T_{\text{pl.}}(z) z^2 - \frac{c}{24} \right\}$$

これらを組み合わせて、エネルギー密度を計算する。