

# 弦の波束と Hawking放射の強度の時間依存性

世田 拓也

京都大学 理学研究科

K. Hashimoto, Y. Matsuo, T. Yoda, Transient chaos analysis of string scattering, JHEP11(2022)147, arXiv:2208.08380

K. Hashimoto, Y. Matsuo, T. Yoda, String is a double slit, Prog. Theor. Exp. Phys. (2023) 043B04, arXiv:2206.10951  
and related works in progress



京都大学

KYOTO UNIVERSITY 2026年1月20日 波束と量子基礎論研究会@東京女子大学

# 主題

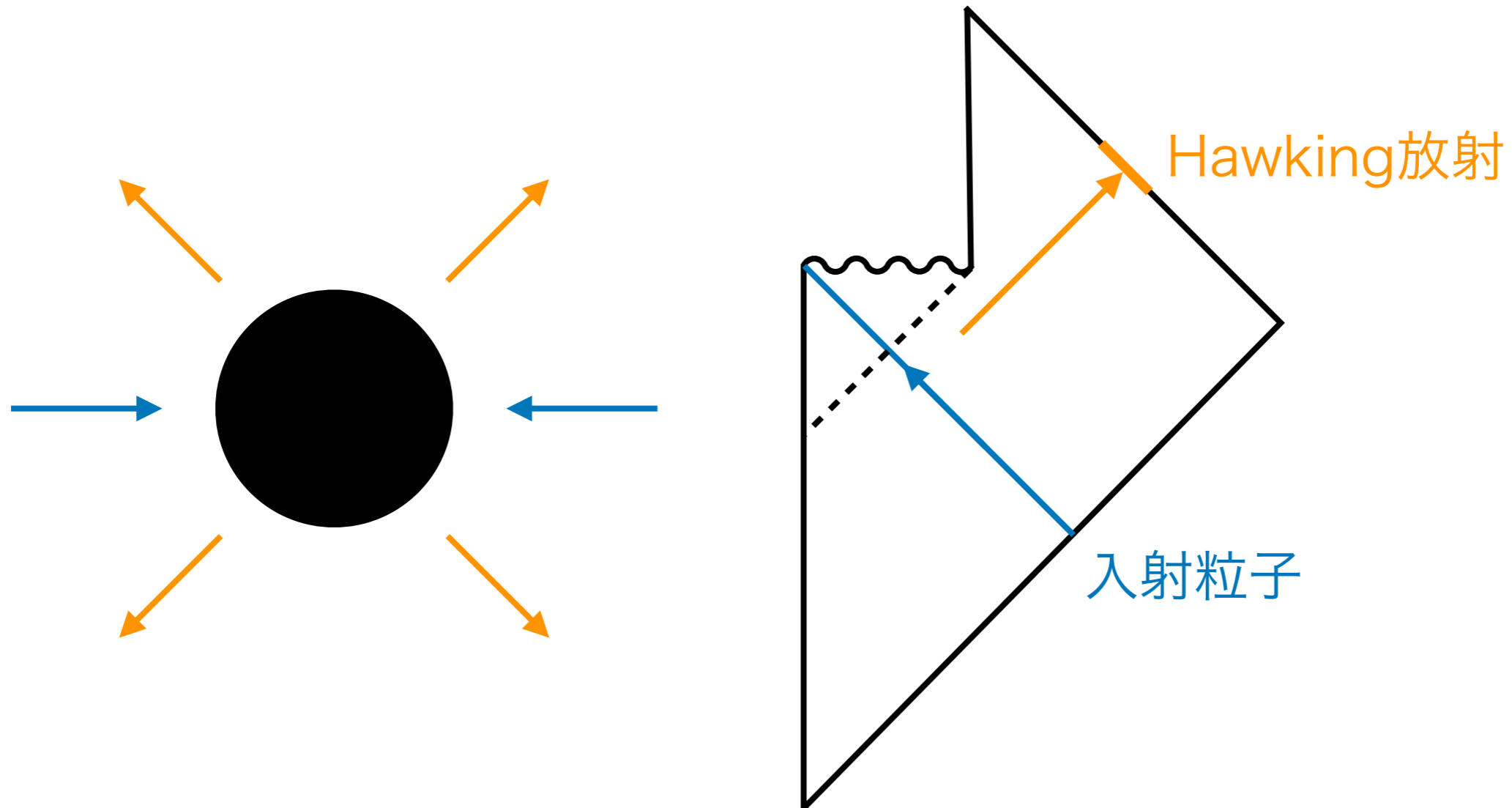
波束と時間の遅れを**弦理論**で考える

今後、Hawking放射が**ある時刻を境に止まる**ことを示し  
**観測可能な予言**ができるかも？

弦が実在する証拠をつかみたい……

# 実験場としてのブラックホール

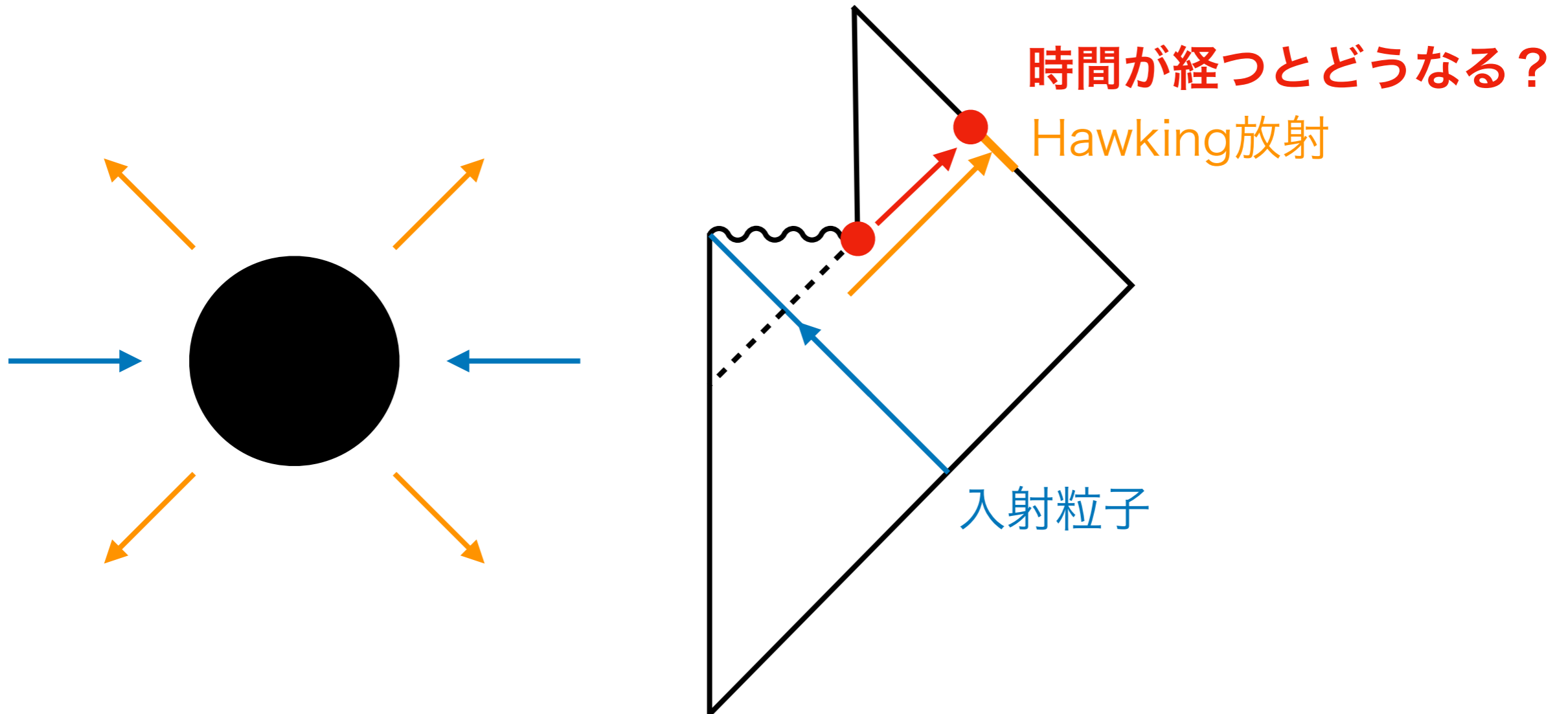
粒子が重力崩壊を起こしブラックホールが生成・蒸発する過程を考える  
地平面近傍では青方偏移により高エネルギー現象が起きているはず



この過程の時間発展の詳細を知りたい  
弦理論が予言できることはあるだろうか？

# 実験場としてのブラックホール

粒子が重力崩壊を起こしブラックホールが生成・蒸発する過程を考える  
地平面近傍では青方偏移により高エネルギー現象が起きているはず

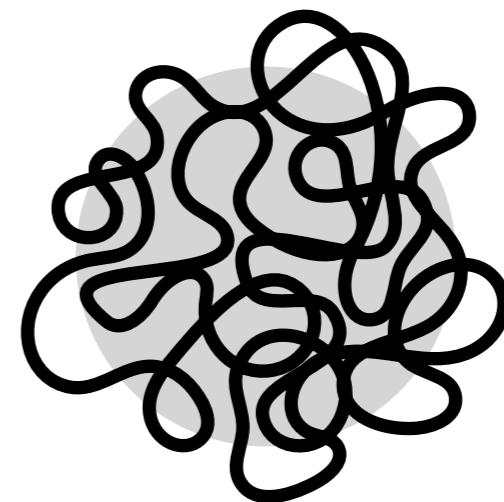
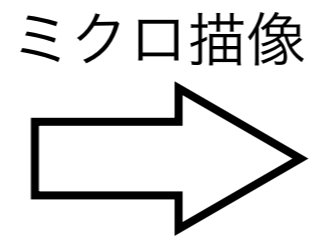
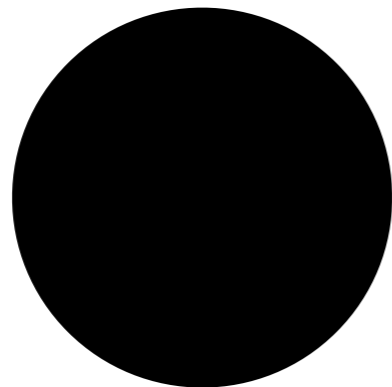


この過程の**時間発展の詳細**を知りたい  
弦理論が予言できることはあるだろうか?

# ブラックホールを弦理論で考える

数々の歴史（の一部）：

- 自己重力で潰れた弦のエントロピー = ブラックホールエントロピー  
[Horowitz, Polchinski, 97, 98]  
[Chen, Maldacena, Witten, 23]
- BPS状態の数え上げ  $\rightarrow$  ブラックホールエントロピー  
[Strominger, Vafa, 96]
- 十分重い弦からの光子放射  $\rightarrow$  黒体放射  
[Amati, Russo, 99]
- 弦の散乱振幅からブラックホールの重力崩壊  
[Amati, Ciafaloni, Veneziano, 87, 89, 08]  
[Veneziano, 09, 15]  
[Vecchia, Heissenberg, Russo, Veneziano, 06]



# 観測可能な弦の効果！？

共通認識 : 弦の効果は小さ過ぎて観測不可能

新たな仮説 : 確かにHawking放射のスペクトルへの補正は小さいが、  
**放射強度の時間変化への補正は大きく、**

**Hawking放射がある時刻を境に止まってしまう**

[P. Ho, H. Kawai, W. Shao, 24]

[P. Ho, Y. Imamura, H. Kawai, W. Shao, 23]

[T. Chau, P. Ho, H. Kawai, W. Shao, C. Wang, 23]

[E. Akhmedov, T. Chau, P. Ho, H. Kawai, W. Shao, C. Wang, 23]

[P. Ho, H. Kawai, 22]

and more

$$\tau_{\text{cr.}} \sim \tau_{\text{scramble}} = M \ln M$$



太陽サイズBHで**ミリ秒！**

[G. Dvali, J. S. Valbuena-Bermudez, Michael Zantedeschi, 24]

[A. Alexandre, G. Dvali, E. Koutsangelas, 24]

[G. Dvali, L. Eisemann, M. Michel, S. Zell, 20]

and more

$$\tau_{\text{cr.}} \sim \tau_{\text{life}}/2$$

原始ブラックホールの予言への影響

[G. Dvali, J. S. Valbuena-Bermudez, Michael Zantedeschi, 24]

[A. Alexandre, G. Dvali, E. Koutsangelas, 24]

[V. Thoss, A. Burkert, K. Kohri, 24]

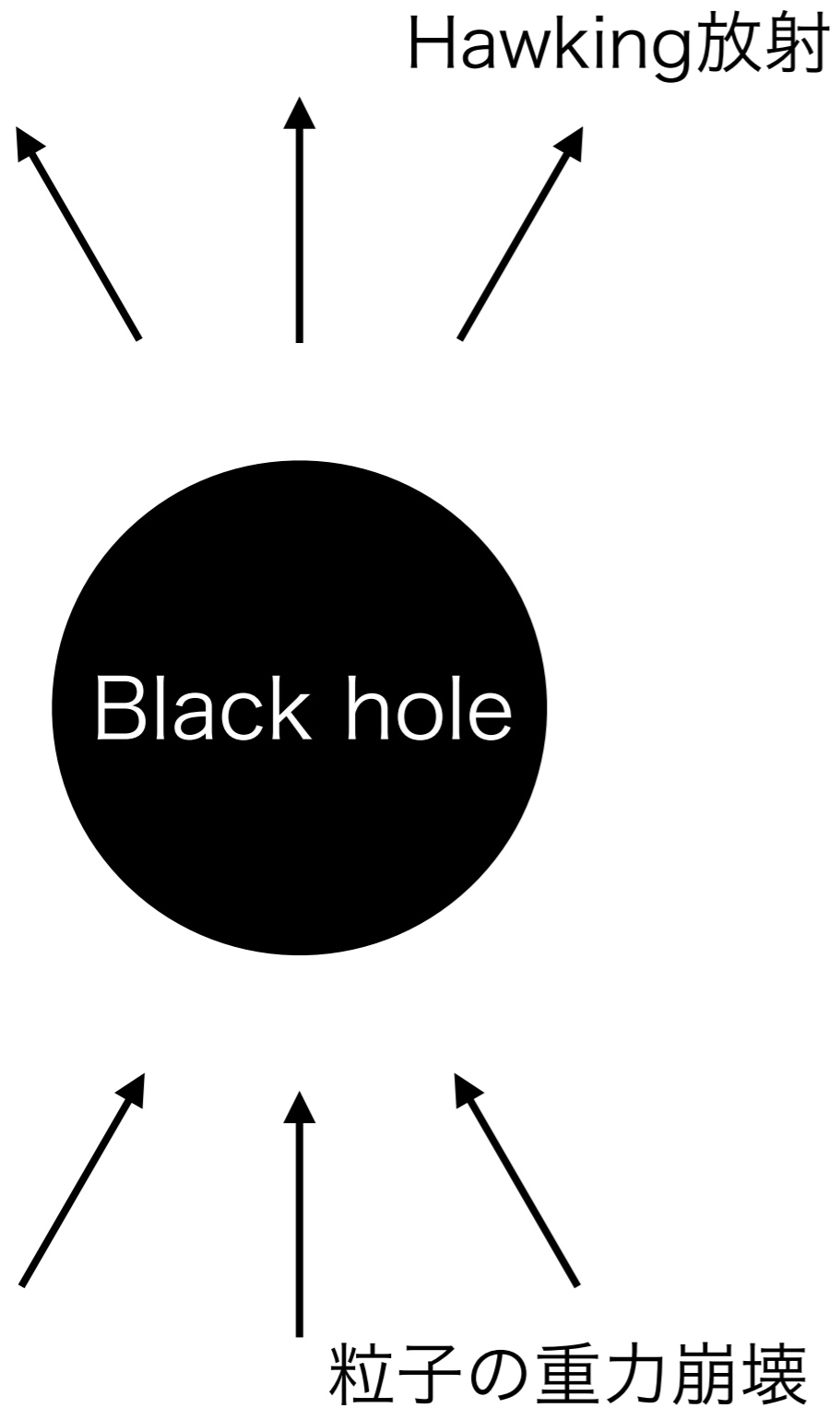
# 課題

スクランブル時間以降に放射が止まるという予言は  
(弦理論に動機付けられてはいるが)

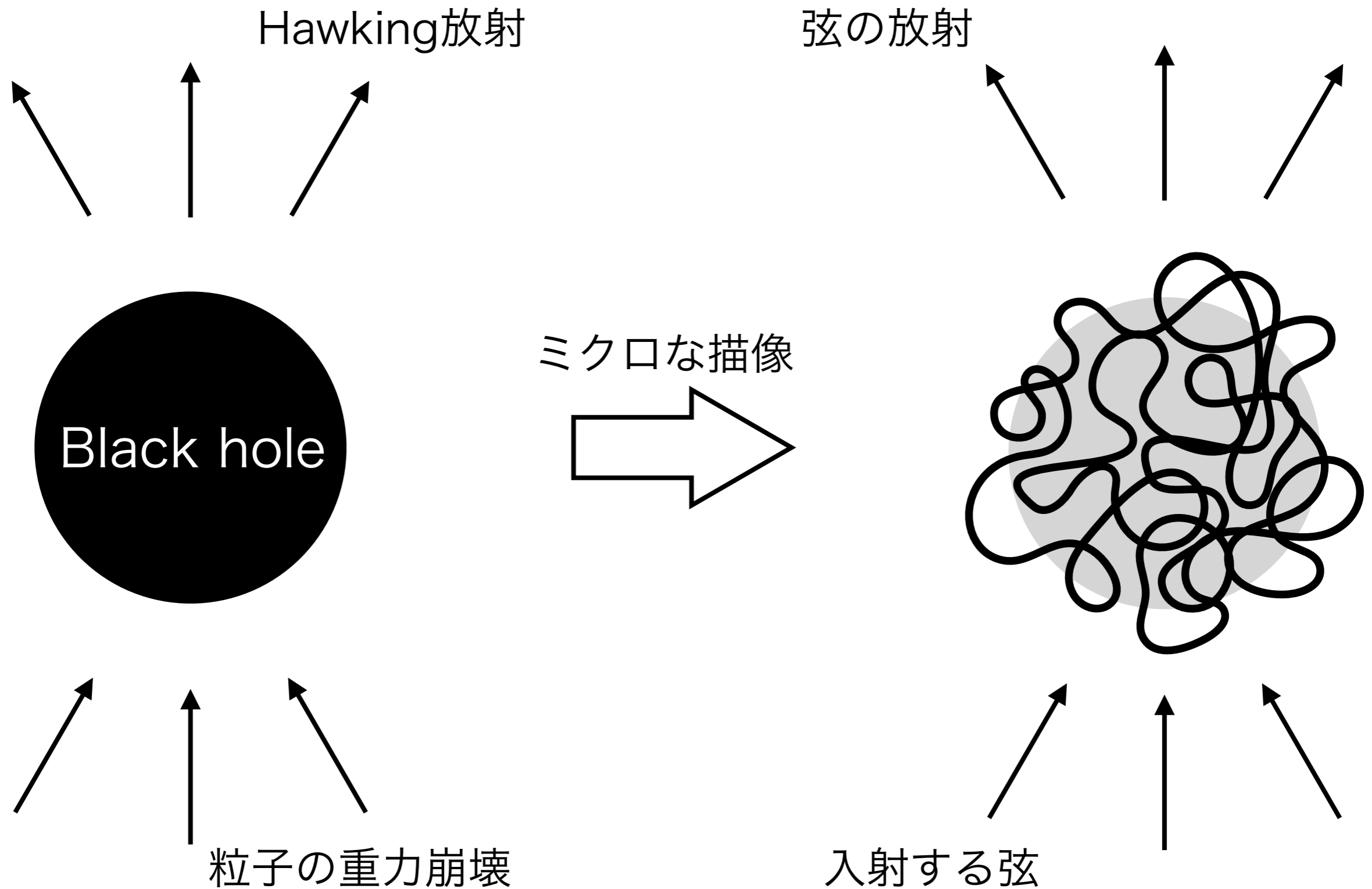
**モデルに基づいている**

**より直接的に弦理論から導出**される必要がある

# プラン：弦の散乱振幅として記述する

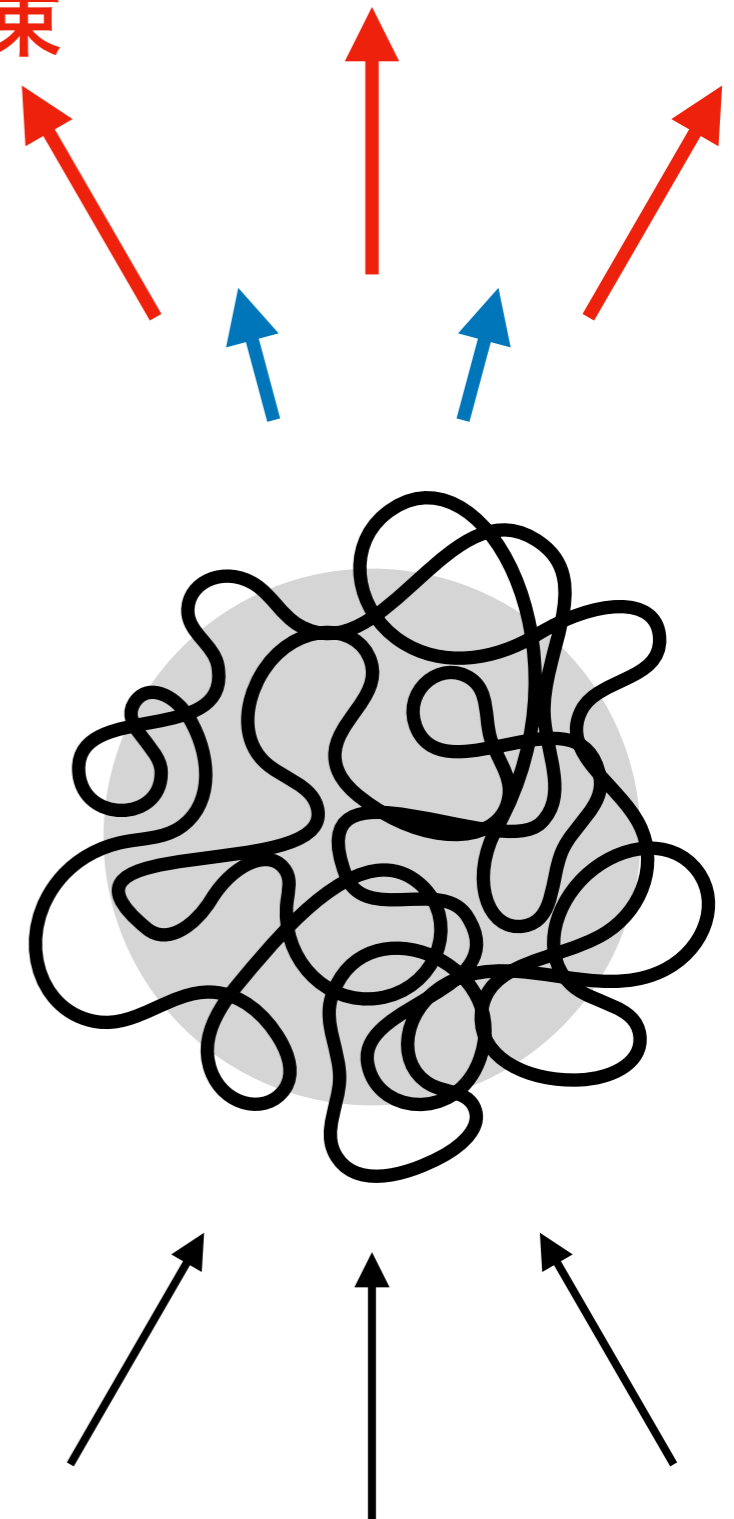


# プラン：弦の散乱振幅として記述する



# プラン：波束の放出時刻に注目

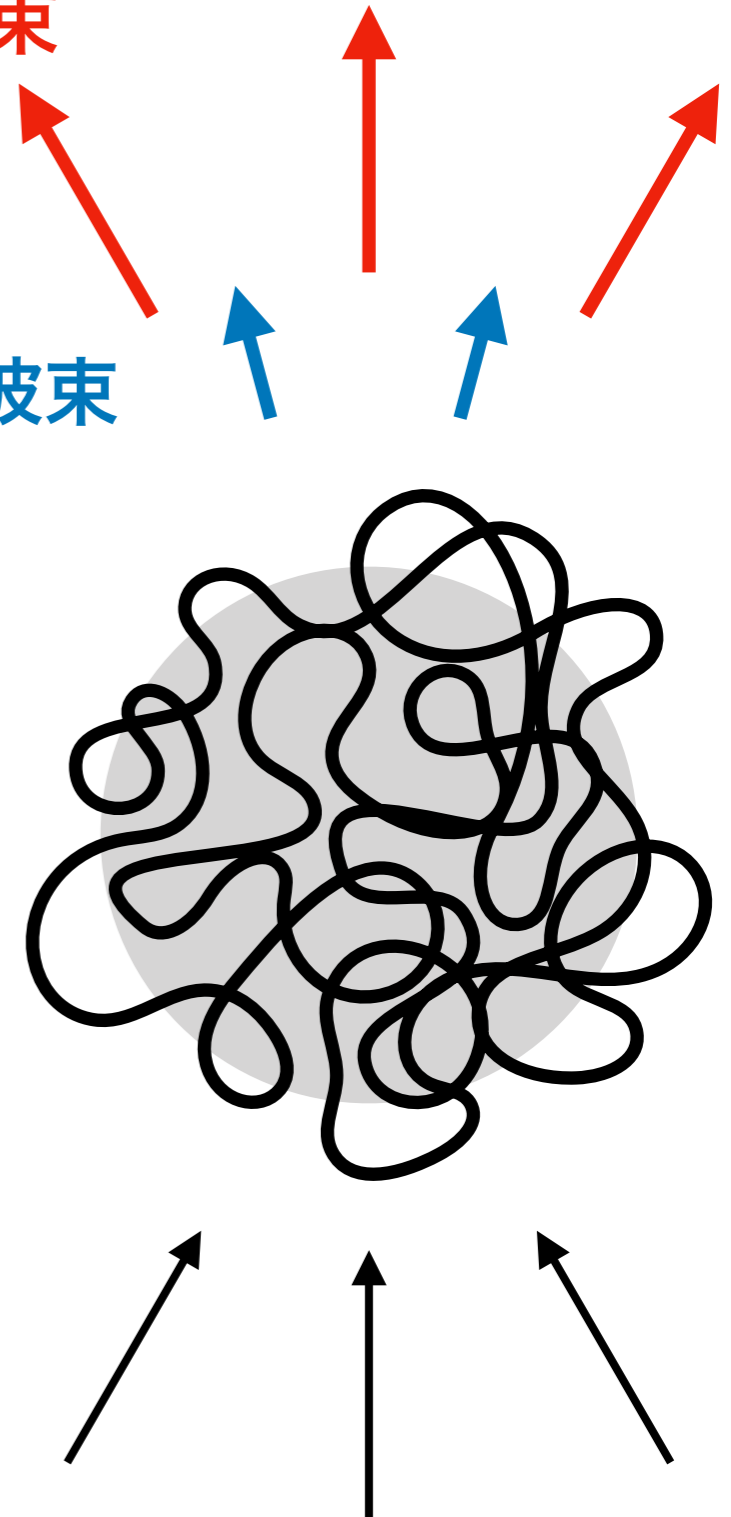
短時間で放出される波束



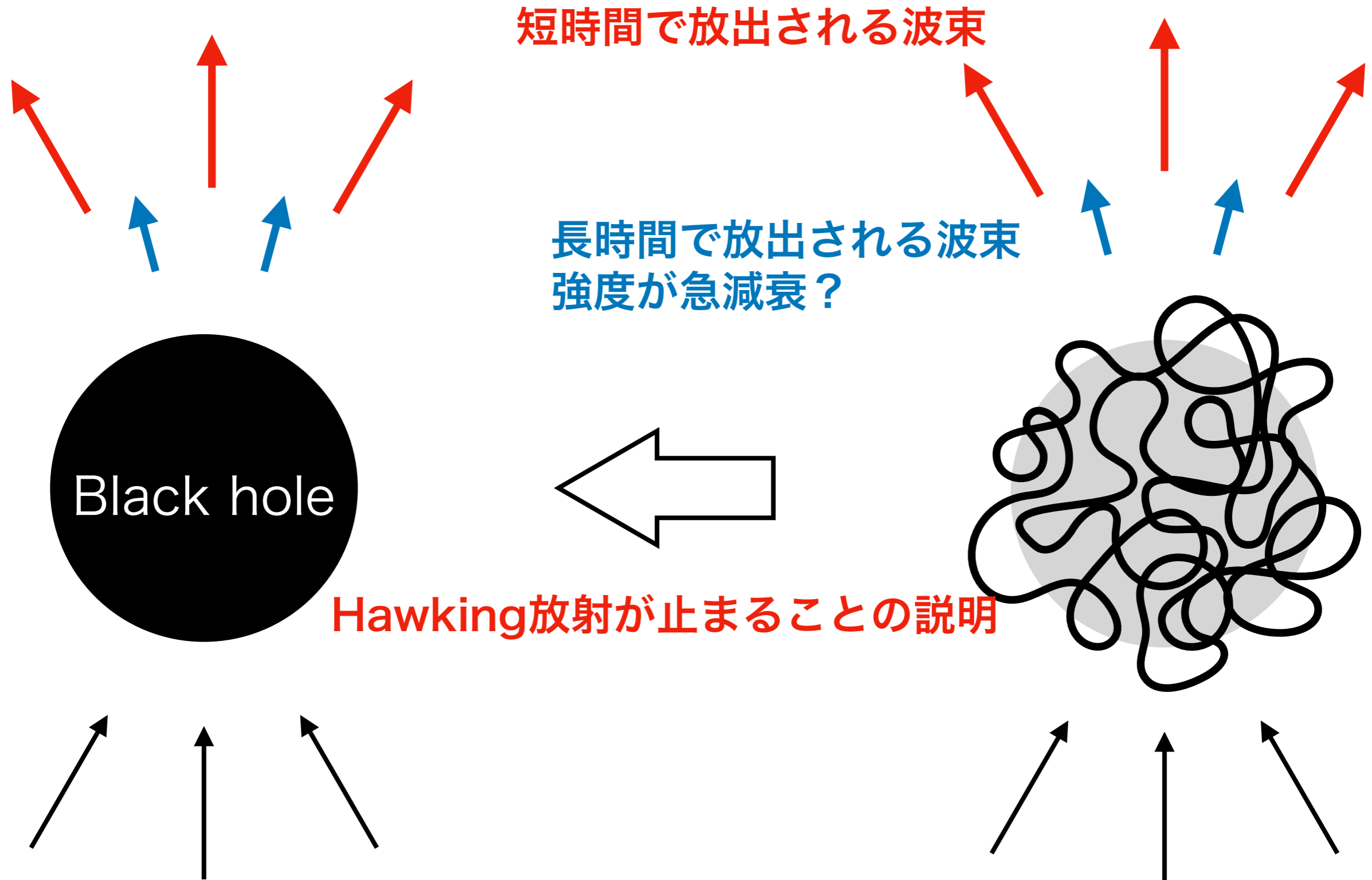
# プラン：波束の放出時刻に注目

短時間で放出される波束

長時間で放出される波束  
強度が急減衰？



# プラン：波束の放出時刻に注目



# 弦の波束と Hawking放射の強度の時間依存性

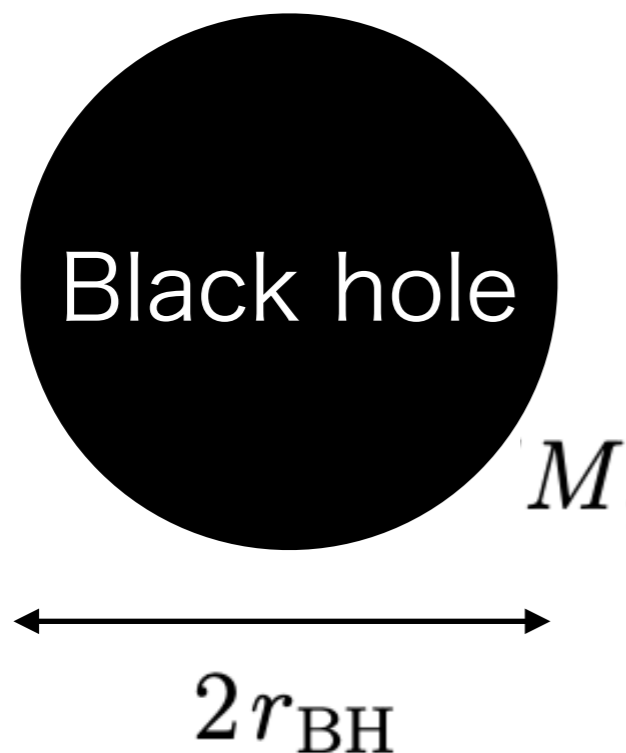
1. ブラックホール-弦 対応
2. 黒体としての弦
3. Hawking放射が止まる説
4. 波束と時間の遅れ再考
5. 弦の波束と時間の遅れ
6. まとめ

# 弦の波束と Hawking放射の強度の時間依存性

1. **ブラックホール-弦 対応**
2. 黒体としての弦
3. Hawking放射が止まる説
4. 波束と時間の遅れ再考
5. 弦の波束と時間の遅れ
6. まとめ

# Schwarzschildブラックホール

1+3次元時空では



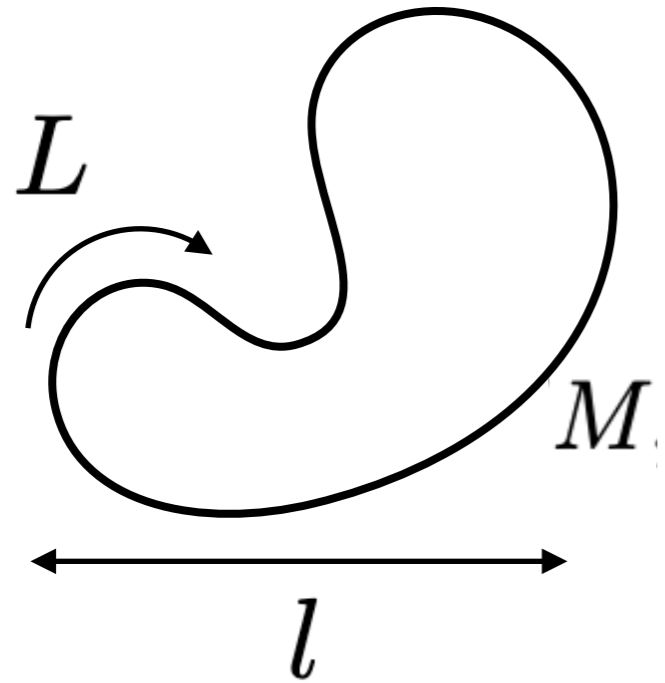
$$r_{\text{BH}} = 2GM,$$

$$S_{\text{BH}} = \frac{\text{Area}}{4G} = 4\pi GM^2.$$

仮にブラックホールの大きさが弦の長さ程度だった場合、  
大きさとエントロピーの同じ関係は再現されるだろうか？

# 弦

弦とは張力(単位長さあたりの質量エネルギー)が一定のもの  $\alpha' \sim 1$



$$L \sim M$$

$$l \sim L^{1/2} \sim M^{1/2}$$

$$S \sim \ln e^M \sim M^1$$

弦の全長は質量に比例

弦の形は実はランダムウォーク軌道で良く近似でき  $l \sim L^{1/2}$

# 対応点

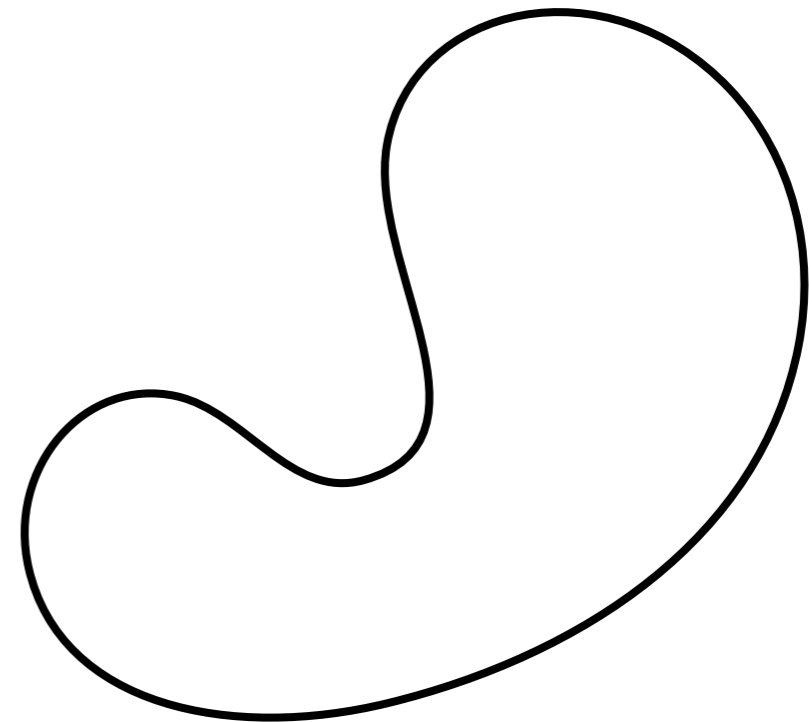
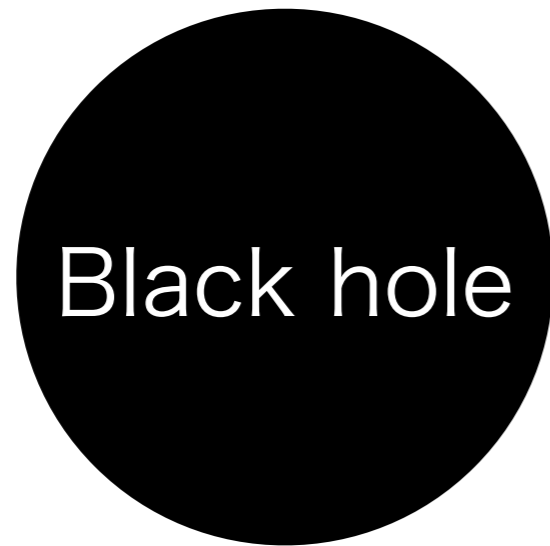
ブラックホールの大きさが弦の長さ程度の場合：

[Susskind, 93]  
[Horowitz, Polchinski, 97, 98]

$$GM \sim 1$$

↔  
対応点と呼ばれる

$$g^2 M \sim 1$$



$$r_{\text{BH}} \sim GM \sim 1$$

$$S \sim GM^2 \sim M^1$$

$$l \sim M^{1/2}$$

$$S \sim M^1$$

弦は長すぎてエントロピーと大きさの関係が合っていない

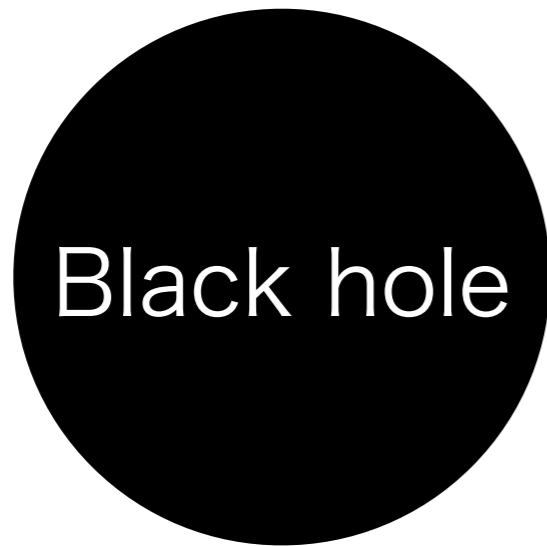
# 弦の自己相互作用を考慮すると解決

弦の自己相互作用を取り入れると

$$l \sim M^{1/2} \rightarrow l \sim (g^2 M)^{-1}$$

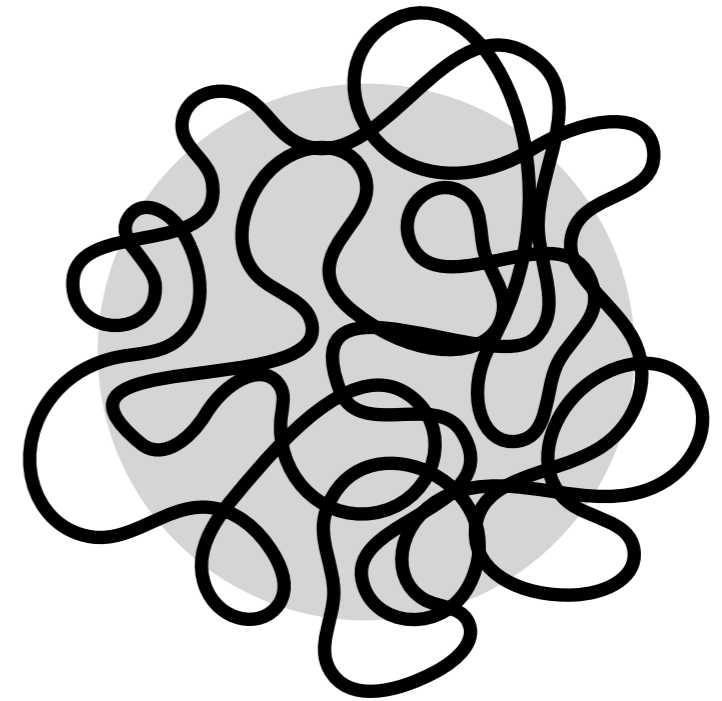
[Horowitz, Polchinski, 97, 98]

対応点  $g^2 M \sim 1$  において



$$r_{\text{BH}} \sim GM \sim 1$$

$$S \sim GM^2 \sim M^1$$



$$l \sim \cancel{M^{1/2}} \sim 1$$

$$S \sim M^1$$

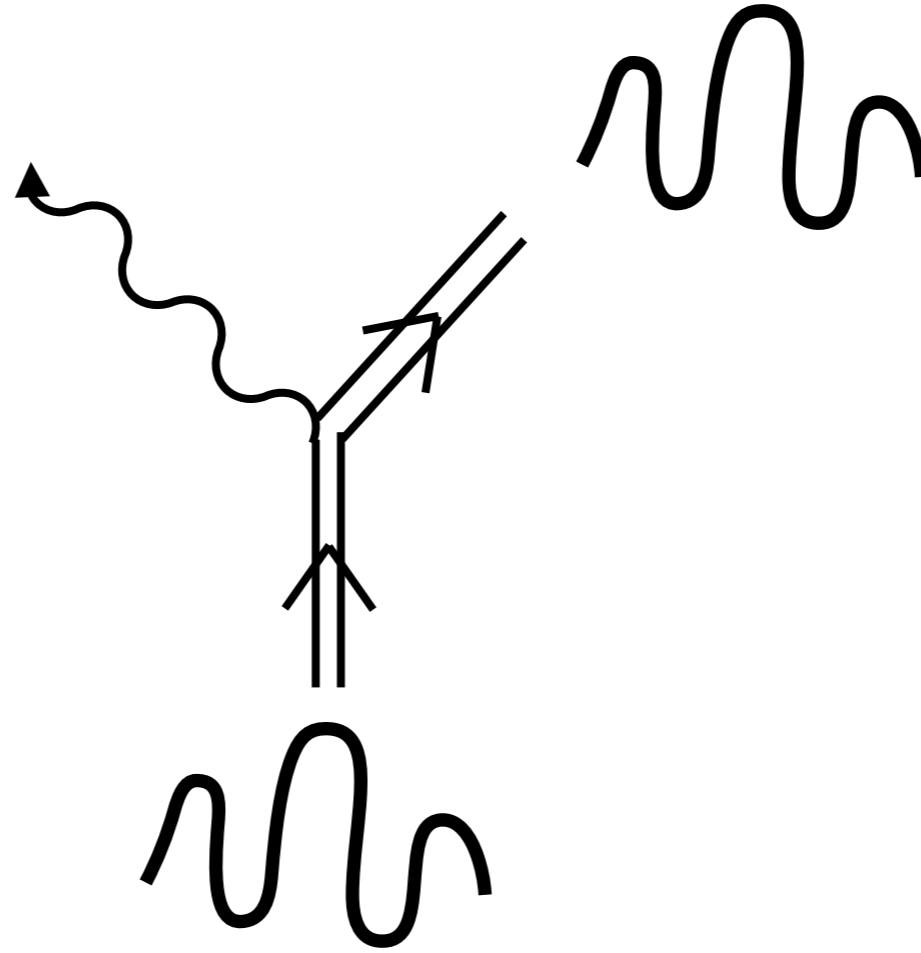
対応点において、エントロピーと大きさとの関係が一致する  
ブラックホールは自己重力で潰れた弦とみなせる

# 弦の波束と Hawking放射の強度の時間依存性

1. ブラックホール-弦 対応
- 2. 黒体としての弦**
3. Hawking放射が止まる説
4. 波束と時間の遅れ再考
5. 弦の波束と時間の遅れ
6. まとめ

# 弦のミクロカノニカル混合

十分高く励起された弦から光子が放出される過程を考える：



始状態の弦のミクロカノニカル混合を考えたとき、  
放出される光子のスペクトルはどうなるか？

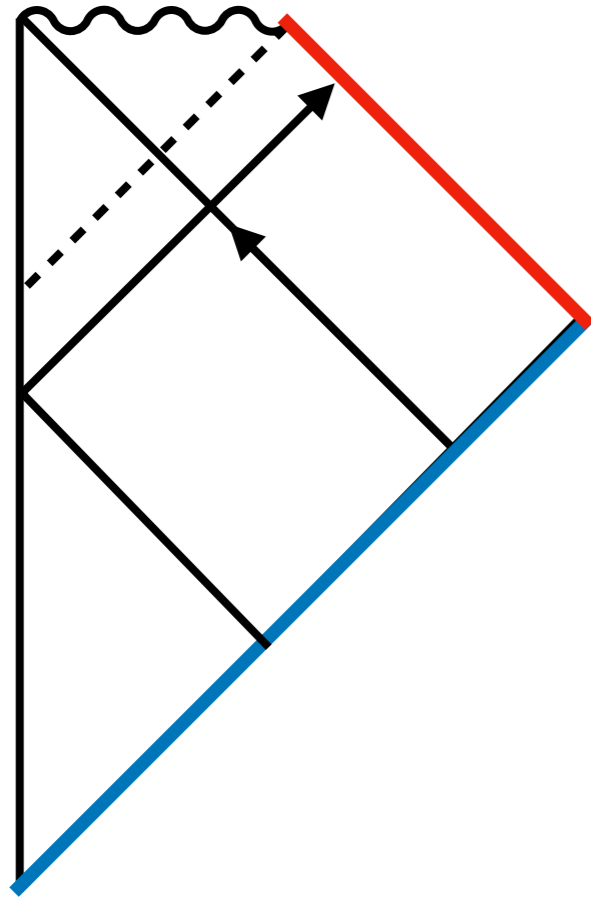


# 弦の波束と Hawking放射の強度の時間依存性

1. ブラックホール-弦 対応
2. 黒体としての弦
- 3. Hawking放射が止まる説**
4. 波束と時間の遅れ再考
5. 弦の波束と時間の遅れ
6. まとめ

# Hawking放射の復習

Vaidya背景時空上のスカラー場の理論を考える



$$S = \frac{-1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi$$

$$\phi(x) = \sum_I \left[ b_I p_I(x) + b_I^\dagger p_I^*(x) \right] + \sum_I \left[ c_I q_I(x) + c_I^\dagger q_I^*(x) \right]$$

時間発展

$$\phi(x) = \sum_I \left[ a_I f_I(x) + a_I^\dagger f_I^*(x) \right]$$

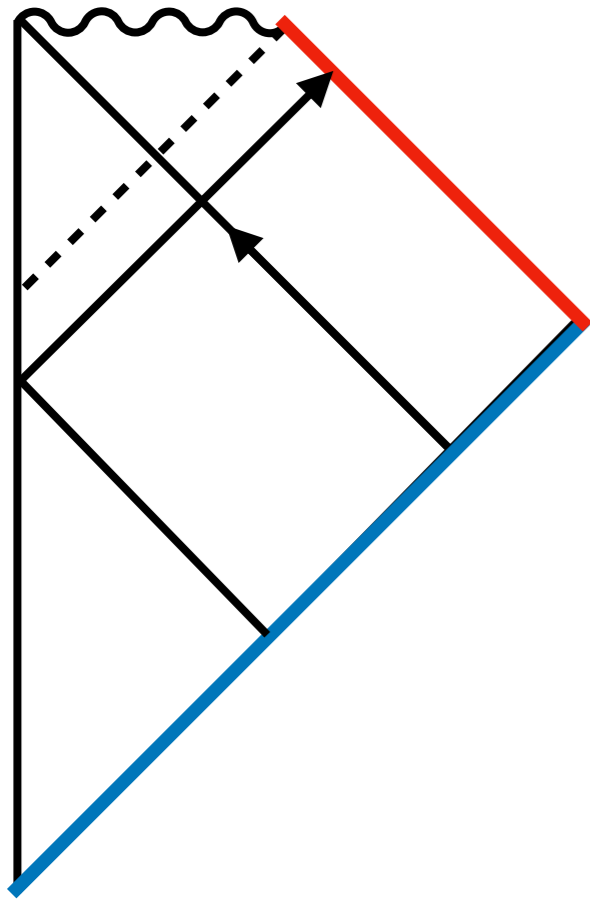
過去の平面波と未来の平面波の重なりを評価することで、粒子の生成率が計算できる

$$\langle 0 | \sum_I b_I^\dagger b_I | 0 \rangle = \sum_{I,J} |\beta_{IJ}|^2 = \sum_{I,J} |\langle p_I, f_J^* \rangle|^2$$

# 散乱振幅とみなせる

同じVaidya背景時空だが、Kerr-Schild座標を取ると

[R. Aoude, D. O'Connell, M. Sergola, 24]



$$S = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi$$

$$= \frac{1}{2} \int dt dr r^2 d\Omega \left[ \underbrace{(-(\partial_t \phi)^2 + (\partial_r \phi)^2)}_{\text{“自由部分”}} + \frac{a\Theta(v)}{r} \underbrace{(-\partial_t \phi + \partial_r \phi)^2}_{\text{“相互作用部分”}} \right]$$

“重力ポテンシャル”による散乱とみなせる

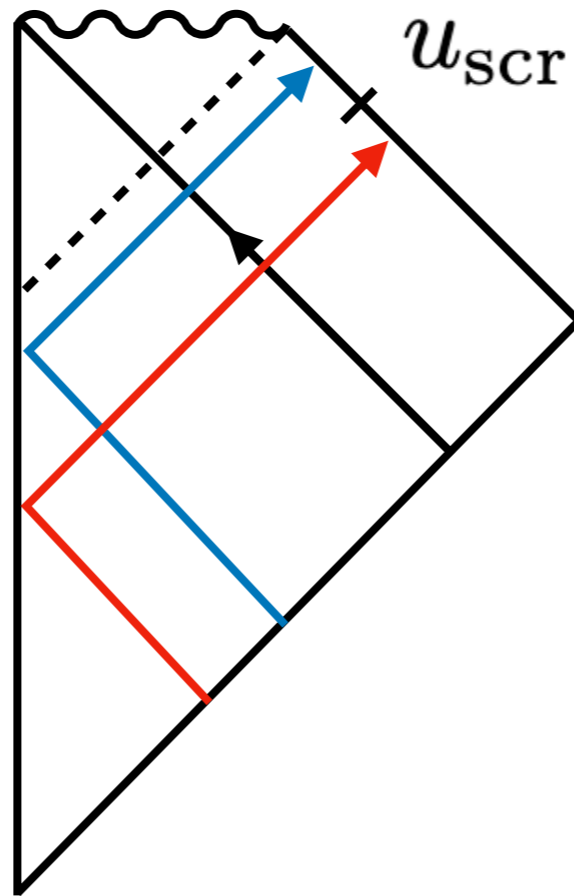
粒子生成率を記述する重なりは、他でもない散乱振幅

$$\langle 0 | \sum_I b_I^\dagger b_I | 0 \rangle = \sum_{I,J} |\beta_{IJ}|^2 \simeq \sum_{IJ} \left| \langle k_I | \hat{S} - \hat{1} | \Phi_J \rangle_{\text{ladder}} \right|^2$$

# 弦の補正が入る余地

地平面近傍では強い青方偏移が起きている

遅れて放出されるHawking放射はPlanckian物理の影響を受けるはず



[P. Ho, H. Kawai, W. Shao, 24]

[P. Ho, Y. Imamura, H. Kawai, W. Shao, 23]

[T. Chau, P. Ho, H. Kawai, W. Shao, C. Wang, 23]

[E. Akhmedov, T. Chau, P. Ho, H. Kawai, W. Shao, C. Wang, 23]

[P. Ho, H. Kawai, 22]

and more

新しいアイデア:

- 相互作用部分を**弦的**なものに手で修正してみる
- **波束を構成**し放射される時刻を区別する

# 弦的な散乱

弦の散乱振幅はTrans-Planckian領域で**指数的に減衰**する

[Gross, Mende, 88; Gross Manes, 89; See also, Mende Ooguri, 90]

$$A_{\text{QFT}} \sim s^{-p}$$

$$A_n \sim e^{-s/n}$$

UV-safe

よく言われる解釈：弦は高エネルギーになると伸びてしまっって存在場所の不確定性が大きくなり，相互作用が弱くなるように見える

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{1}{2} [1 + \ell^2 (\Delta p)^2]$$

一般化不確定性

$$\Delta X \Delta T \geq \ell^2$$

時空不確定性

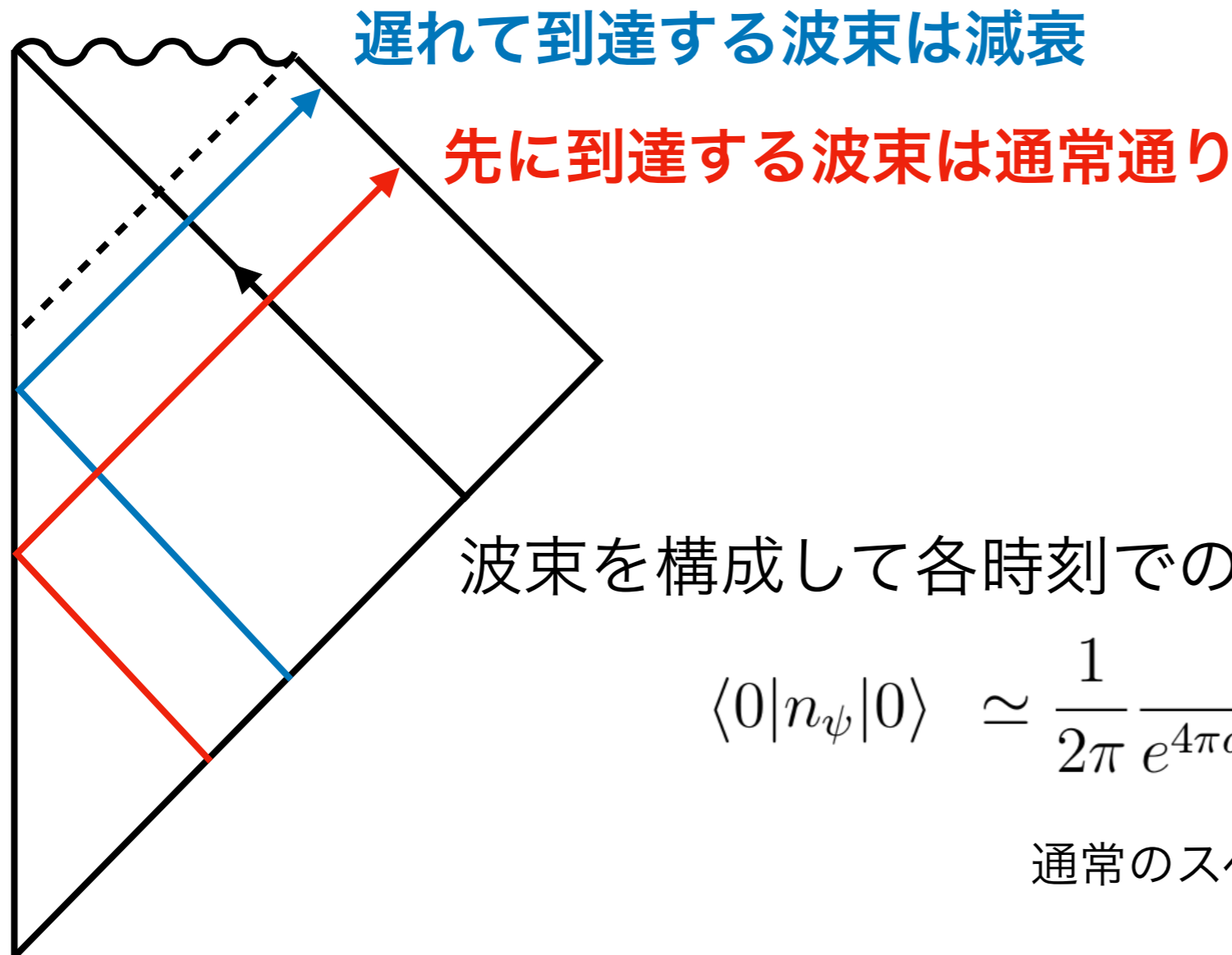
# 弦的な補正を入れてみる

一般化不確定性を手で導入する：

[T. Chau, P. Ho, H. Kawai, W. Shao, C. Wang, 23]

$$\hat{x} \equiv i (1 + \ell^2 p^2) \partial_p, \quad \hat{p} = p$$

この元で同様のHawking放射の計算をする



$$\langle 0 | n_\psi | 0 \rangle \simeq \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_0}{e^{4\pi a \omega_0} - 1} F(u_{\text{str}}; u)$$

通常のスเปクトル

時間依存する減衰ファクタ

# 弦の波束と Hawking放射の強度の時間依存性

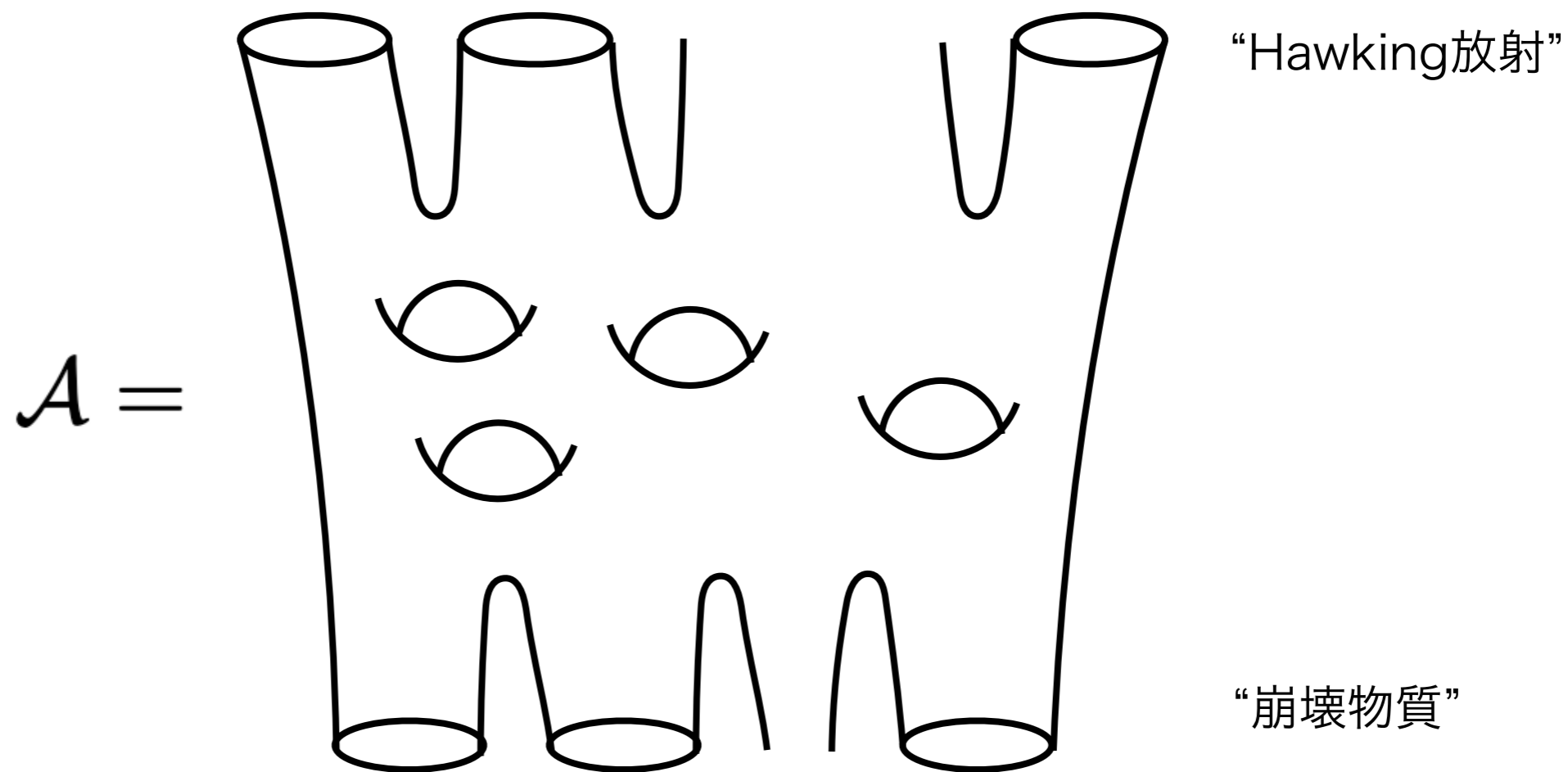
1. ブラックホール-弦 対応
2. 黒体としての弦
3. Hawking放射が止まる説
- 4. 波束と時間の遅れ再考**
5. 弦の波束と時間の遅れ
6. まとめ

# Wignerの時間の遅れで本当に良い？

標準的な計算方法は

$$\Delta T = -i \frac{\partial}{\partial \omega} \ln A \quad (\text{Wignerの時間の遅れ})$$

ここに弦の散乱振幅を代入



近似の精度も含め、これで本当に良いのだろうか？

# 可解模型で確認してみる

背景場と結合した1+1次元の複素Klein-Gordon場の理論：

$$\mathcal{L} = -\partial\bar{\phi}\partial\phi - V(x)\bar{\phi}\phi$$

特にRosen-Morse型ポテンシャル：

$$V(x) = \frac{\nu^2 + 1/4}{\cosh^2 x}$$

厳密解が知られている.  $\phi(t, x) = e^{-i\omega t}\varphi_\omega(x)$  として

$$\varphi_\omega(x) = A_\omega f_\omega^+(x) + B_\omega f_\omega^-(x)$$

$$f_+(x) = (e^{\alpha x})^{\frac{i\omega}{\alpha}} \times F\left(\lambda, 1 - \lambda; \frac{e^{\alpha x}}{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}\right), \quad \lambda = 1/2 + i\nu, \alpha = 1$$

$$f_-(x) = (e^{\alpha x} + e^{-\alpha x})^{\frac{i\omega}{\alpha}} \times F\left(\lambda - \frac{i\omega}{\alpha}, 1 - \lambda - \frac{i\omega}{\alpha}; \frac{e^{\alpha x}}{e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}}\right)$$

# 波束を構成

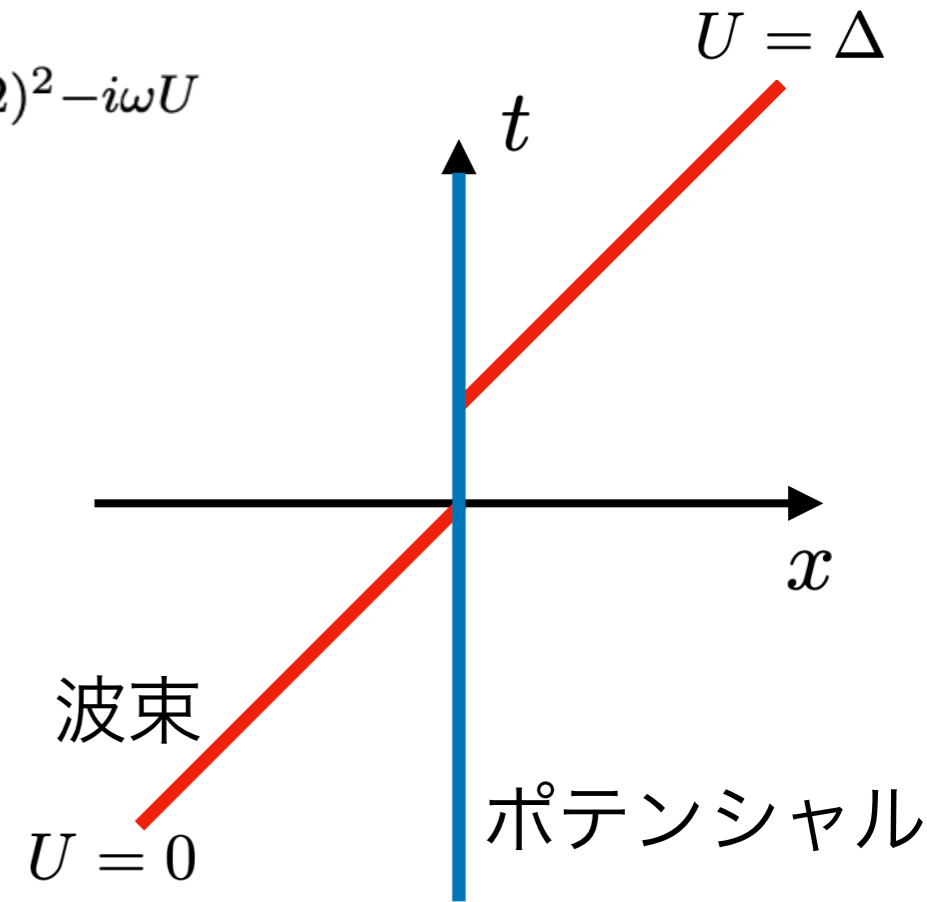
Gaussian重みを付ける

$$\Phi(\Omega, U; t, x) \sim \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} w(\Omega, U; \omega) [e^{-i\omega u} + R_{\omega} e^{-i\omega v}] & x \rightarrow -\infty \\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} w(\Omega, U; \omega) T_{\omega} e^{-i\omega u} & x \rightarrow +\infty \end{cases}$$

$$w(\Omega, U; \omega) = \frac{1}{\sqrt{\Omega\sigma}} e^{-(\sigma/4)^2(\omega-\Omega)^2 - i\omega U}$$

自由な場合の波束との重なりを測る

$$\begin{aligned} \langle \Psi, \Phi \rangle &= \int_{-\infty}^{\infty} du \Psi^*(\Omega, U - \Delta; u) \Phi(\Omega, U; u) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} w^*(\Omega, U - \Delta; \omega) T_{\omega} w(\Omega, U; \omega) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\Omega\sigma'}\sqrt{\Omega\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \exp \left[ - \left( (\sigma'/4)^2 + (\sigma/4)^2 \right) (\omega - \Omega)^2 - i\omega\Delta \right] T_{\omega} \end{aligned}$$



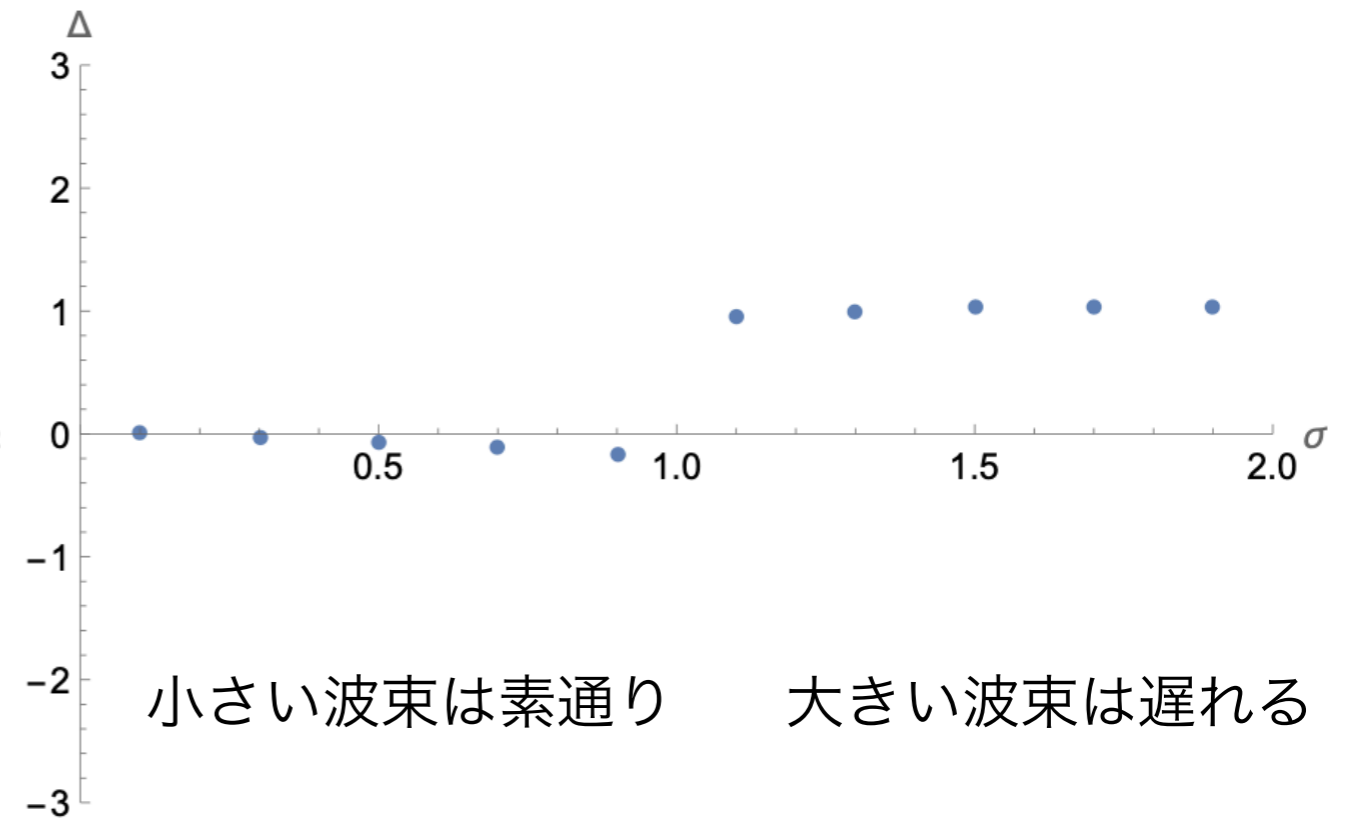
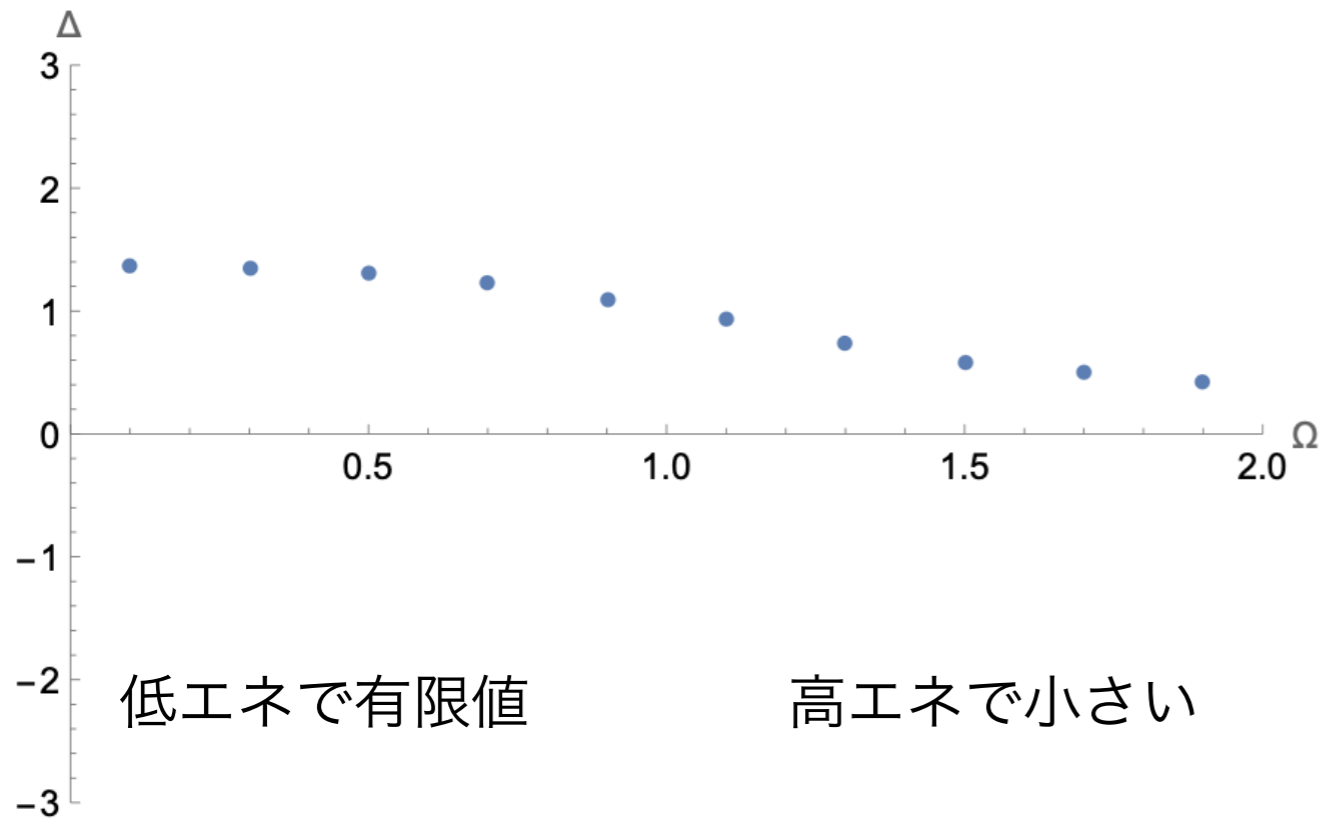
重なりが最大となる  $\Delta$  をもって波束の遅れとする

# 透過率を厳密計算した場合

透過率：

$$T = \frac{A'}{A} = \frac{1}{T_{22}} \quad T_{22} = \frac{\Gamma(1 - \frac{i\omega}{\alpha})\Gamma(-\frac{i\omega}{\alpha})}{\Gamma(1 - \lambda - \frac{i\omega}{\alpha})\Gamma(\lambda - \frac{i\omega}{\alpha})}$$

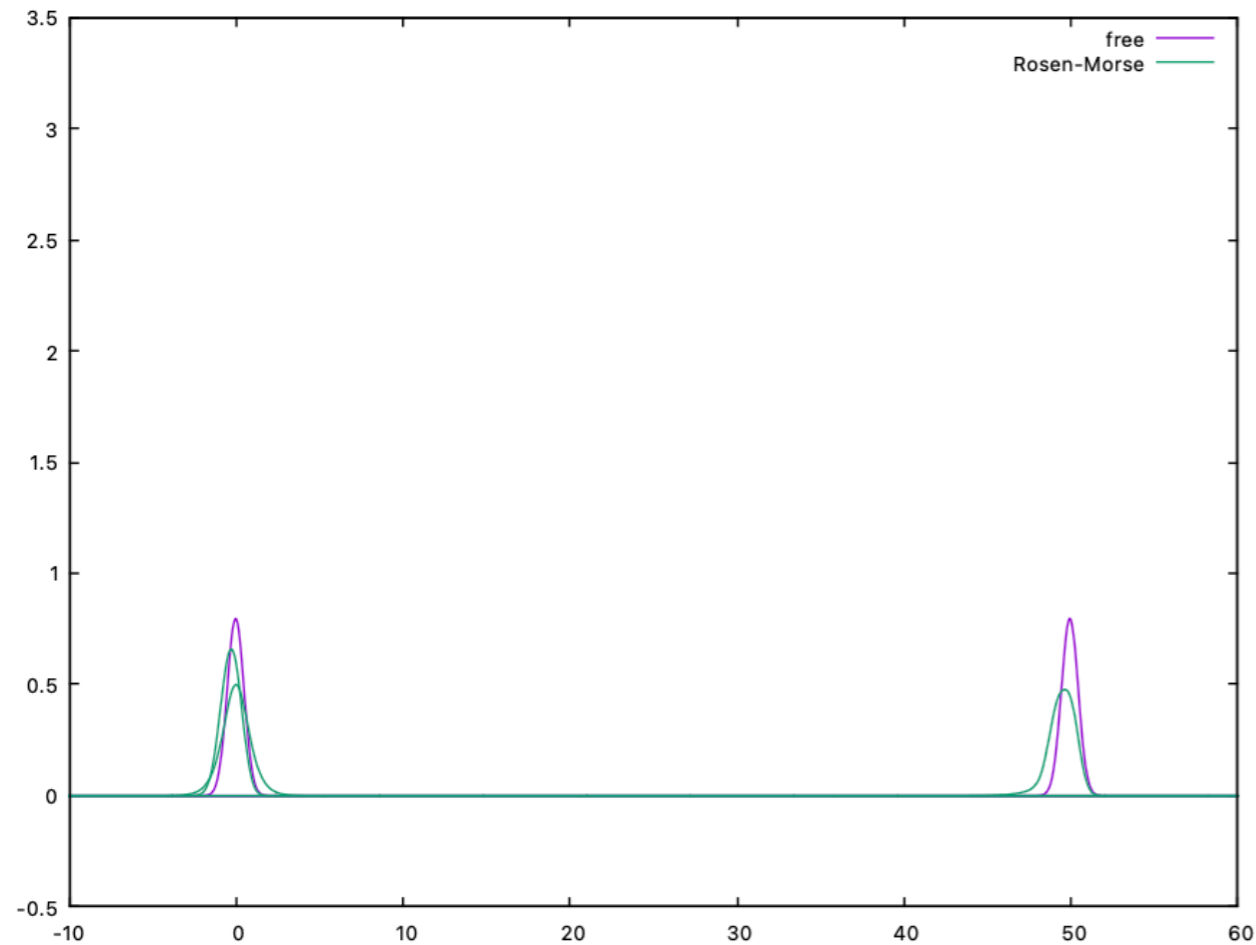
重なりが最大となるような $\Delta$ を数値計算：



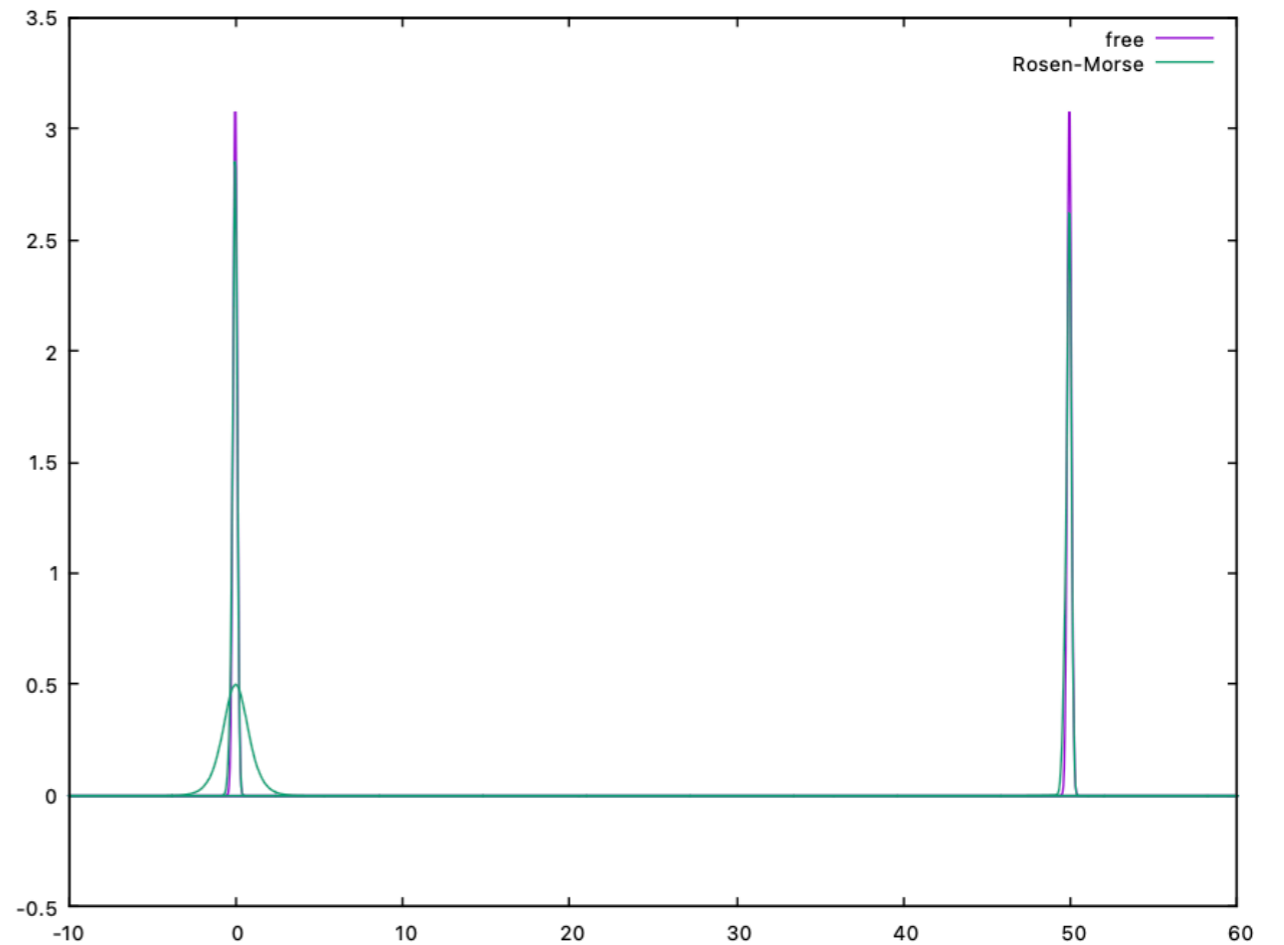
# 波束の大きさ次第で素通りが起きる

太い波束は遅れるが、細い波束は遅れない

太い波束



細い波束



# Wignerの時間の遅れを用いた場合

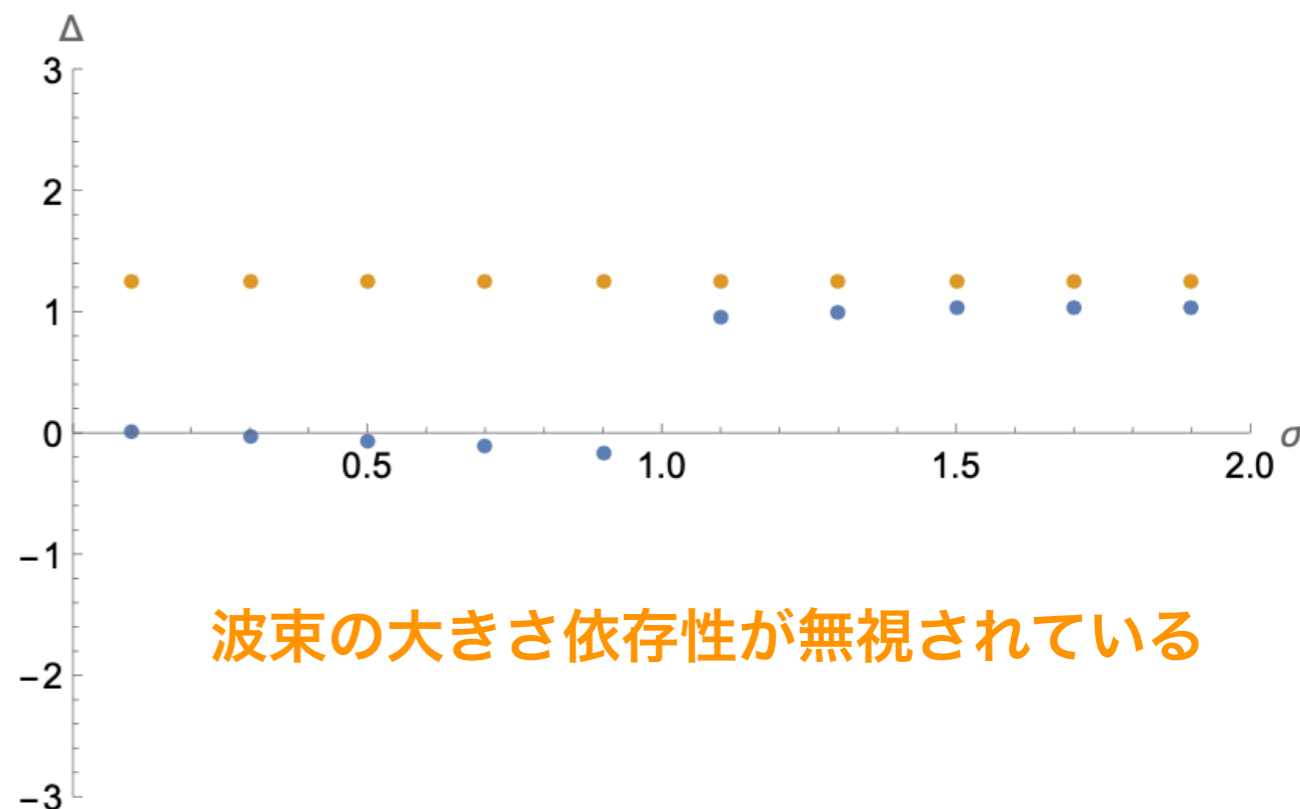
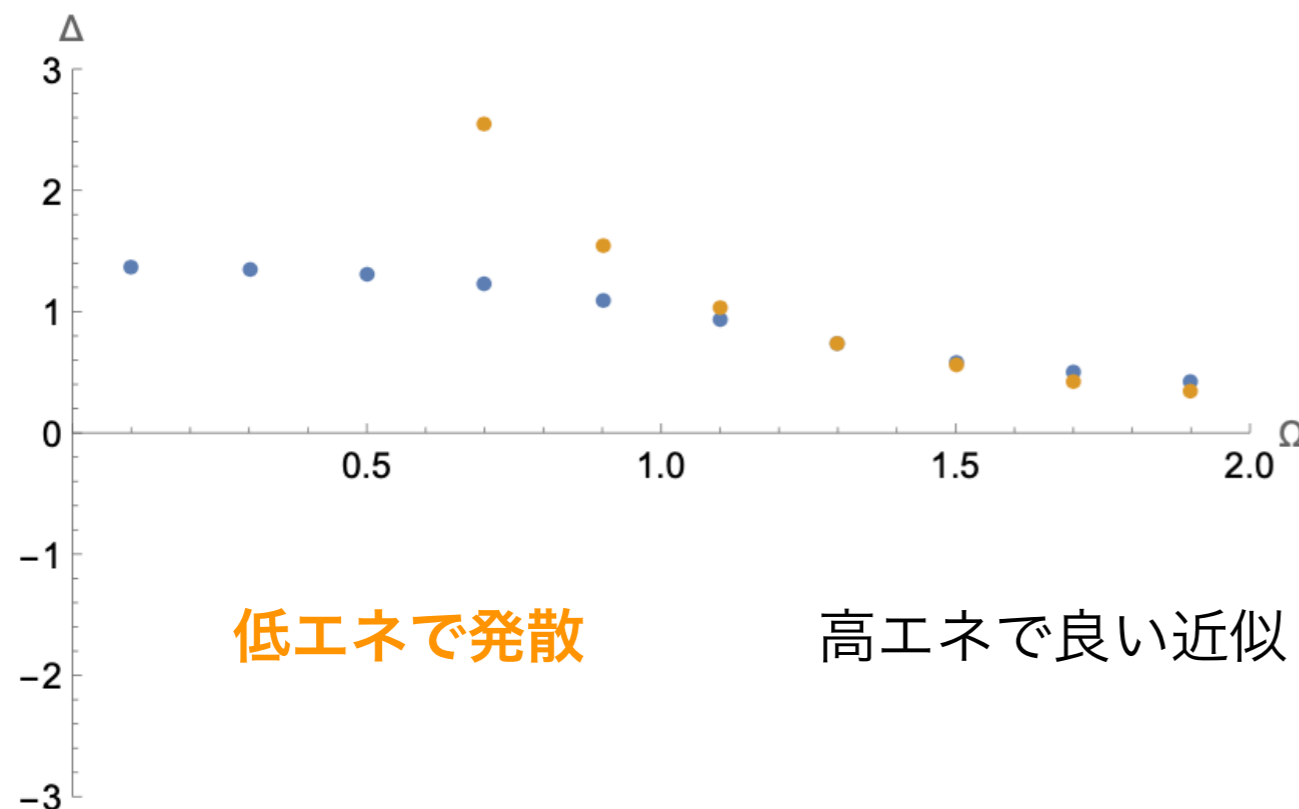
摂動領域では

$$T_\omega \simeq e^{i\delta_\omega}$$

波束が**運動量空間で十分局在**しているとみなし

$$\Delta \simeq \delta'_\Omega \simeq \frac{\nu^2 + 1/4}{\Omega^2}$$

重なりが最大となるような $\Delta$ を数値計算：

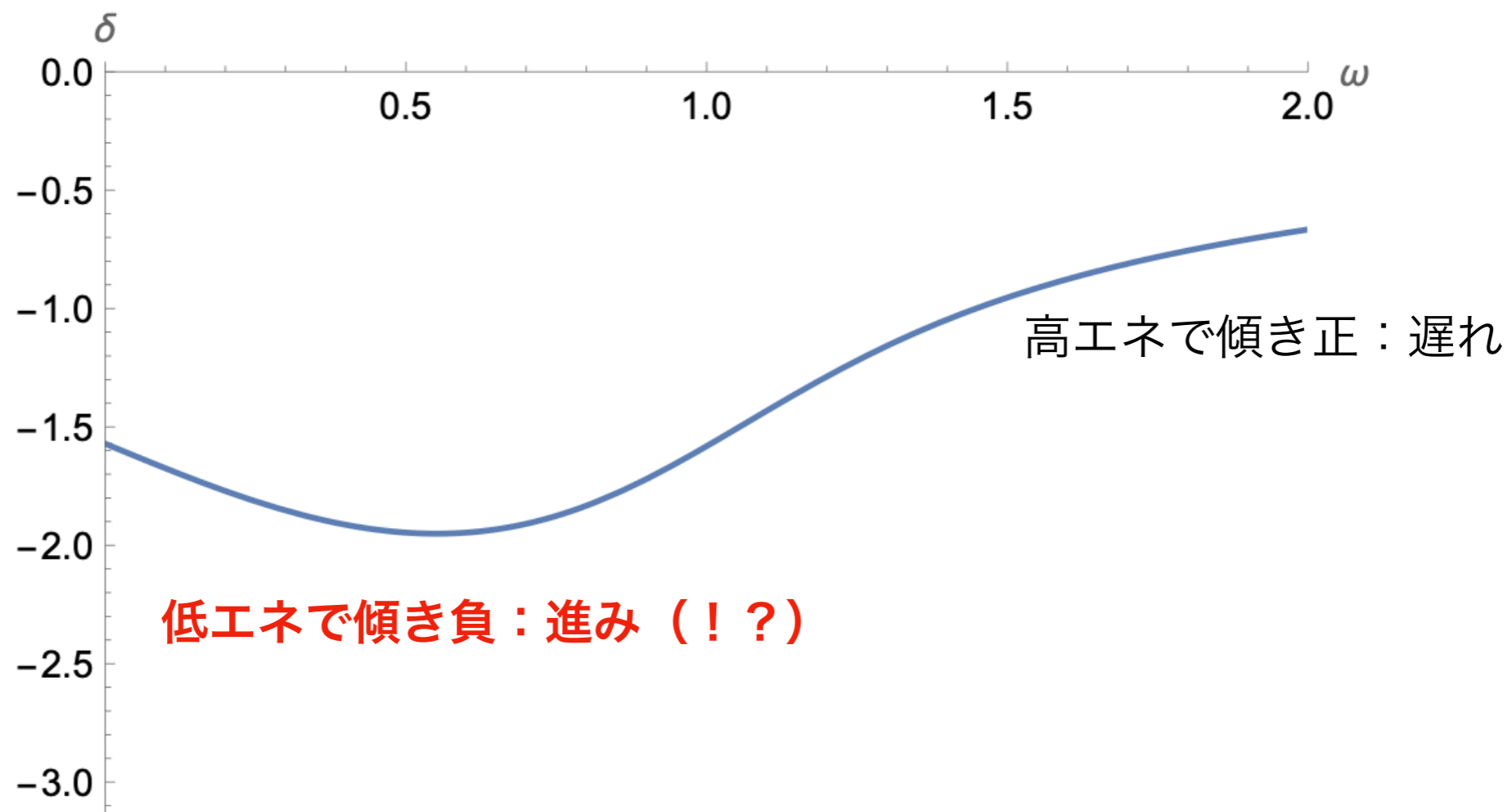


# Wignerの時間の遅れを用いた場合

摂動の次数を上げて改善するか？

$$T_\omega = |T_\omega|e^{i\delta_\omega} \quad \Delta \simeq \delta'_\Omega$$

仮に厳密な透過率の表式を代入してみると



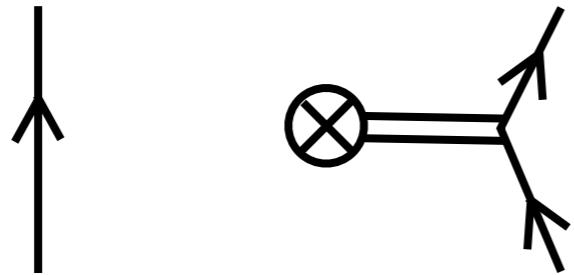
高次補正を入れても**意味を成さない**

# 摂動計算だがGauss近似を用いない場合

Lippman-Schwingerの摂動計算

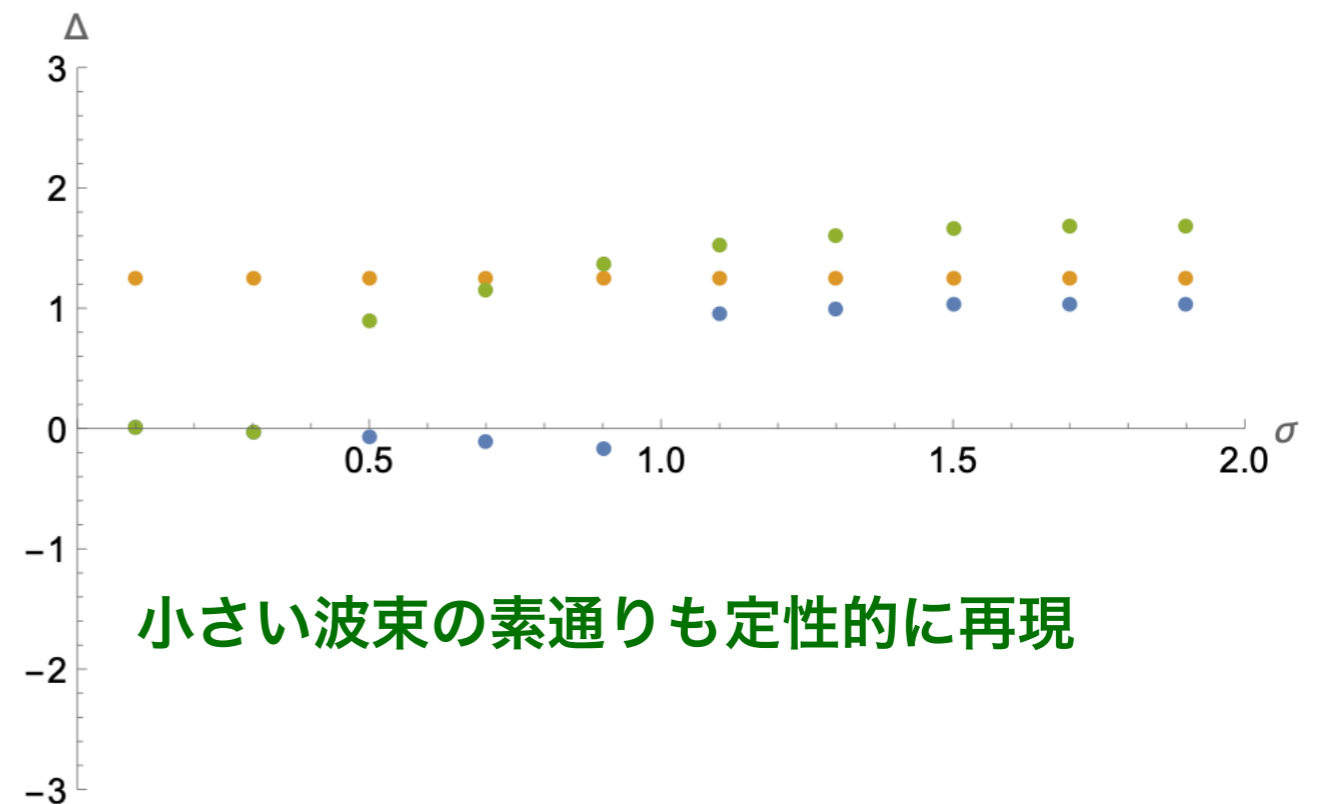
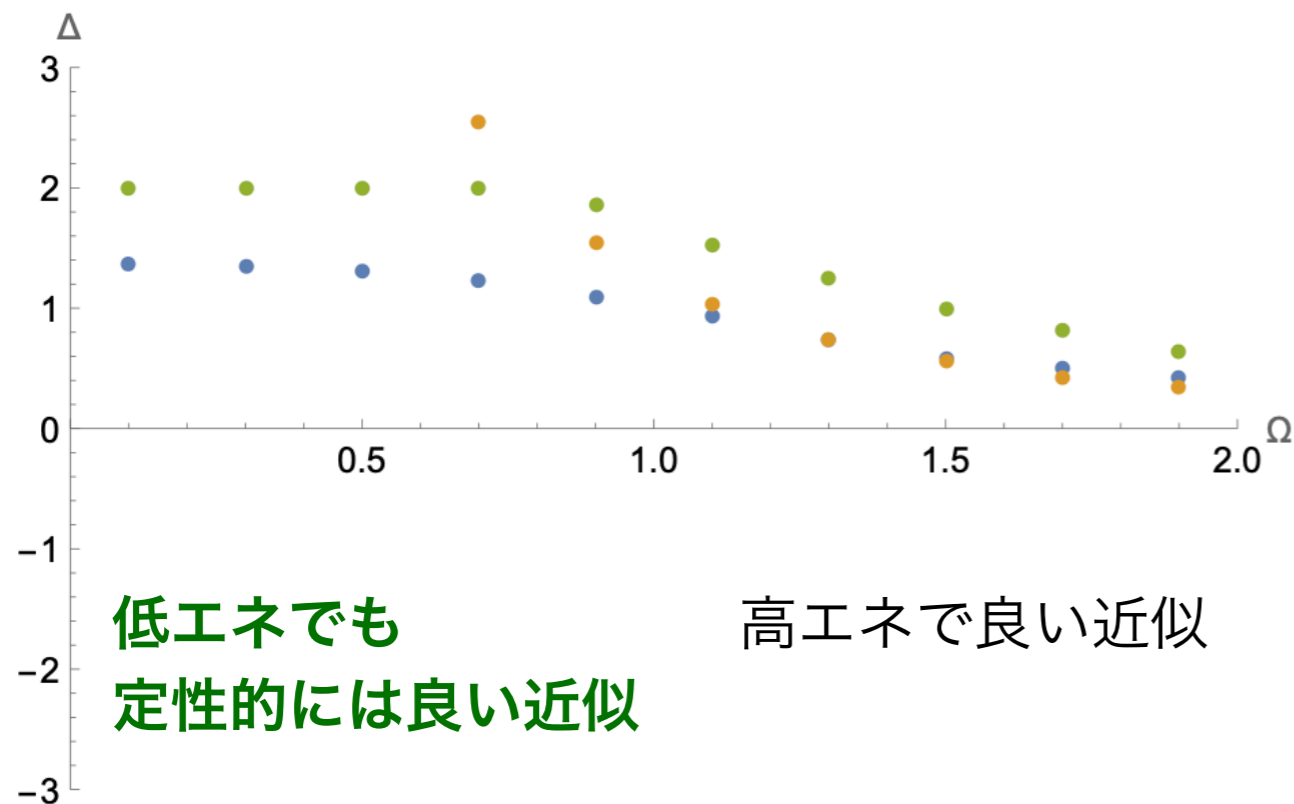
$$\phi_\omega(t, x) = e^{-i\omega u} + \frac{1}{\partial^2} V(x) e^{-i\omega u} + \dots$$

$$T_\omega \simeq 1 - i \frac{\nu^2 + 1/4}{\omega + i\epsilon}$$



これを微分したのが  
Wignerの時間の遅れ

これを直接重なり積分に代入してみる

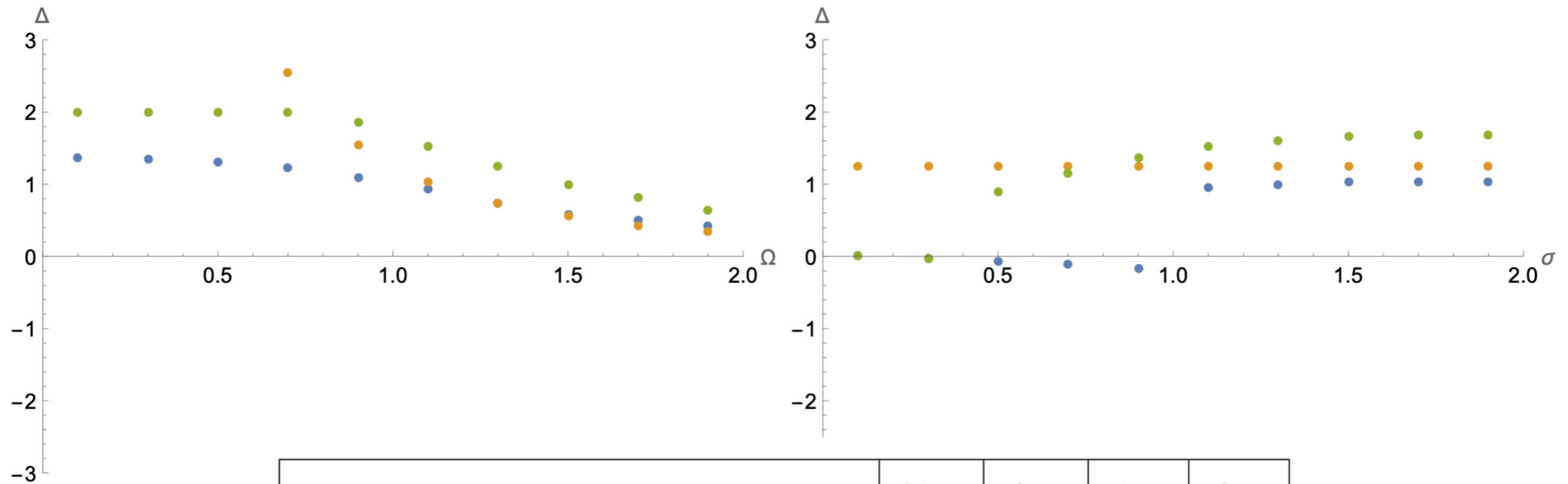


# まとめ

重なりが最大となるような  $\Delta$  を波束の遅れとし

$$\langle \Psi, \Phi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} w^*(\Omega, U - \Delta; \omega) T_{\omega} w(\Omega, U; \omega)$$

透過率の計算方法を比較：

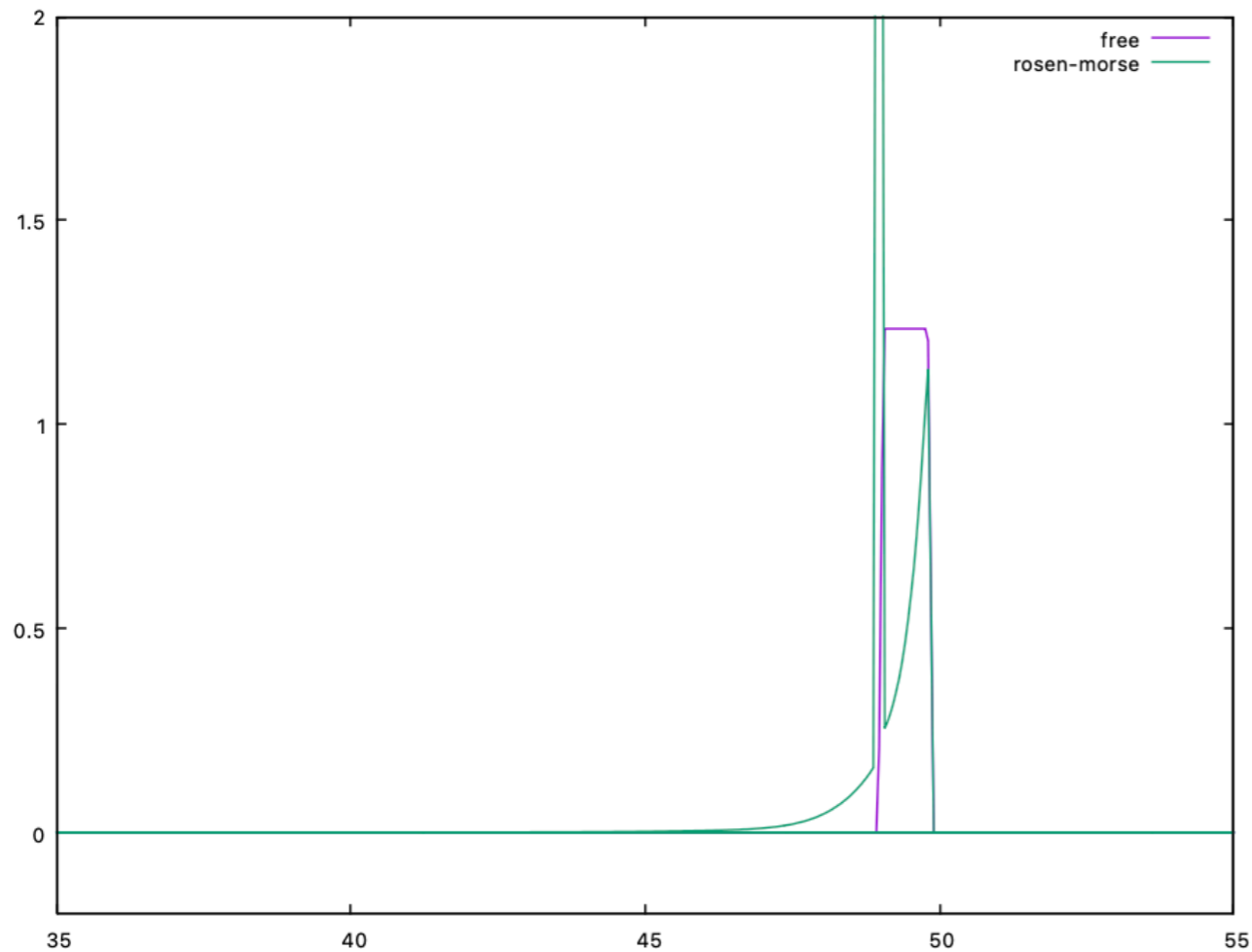


	低 $\Omega$	高 $\Omega$	小 $\sigma$	大 $\sigma$
厳密 $T_{\omega}$	○	○	○	○
Wigner $\delta'_{\omega}$	×	○	×	○
Lippman-Schwinger $T_{\omega} \simeq 1 - i \frac{\nu^2 + 1/4}{\omega + i0}$	△	○	△	○

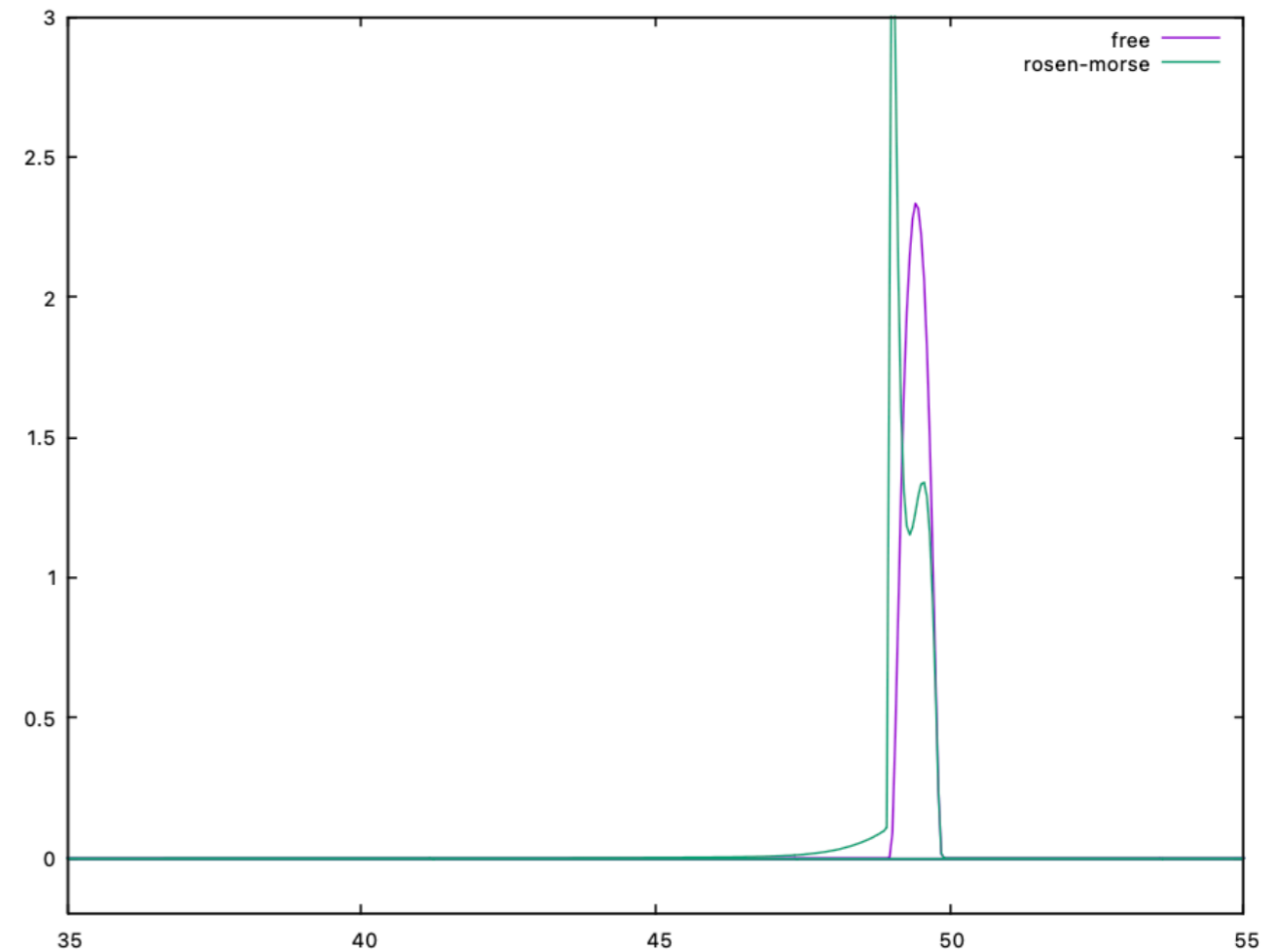
# おまけ：波束の形状への依存性

波束の形状によっては遅れ方が全く異なる

矩形波



隆起関数



散乱後，波束のピークが二つ

後方に尾が伸び，長さは準固有振動数の虚部の逆数程度

# 弦の波束と Hawking放射の強度の時間依存性

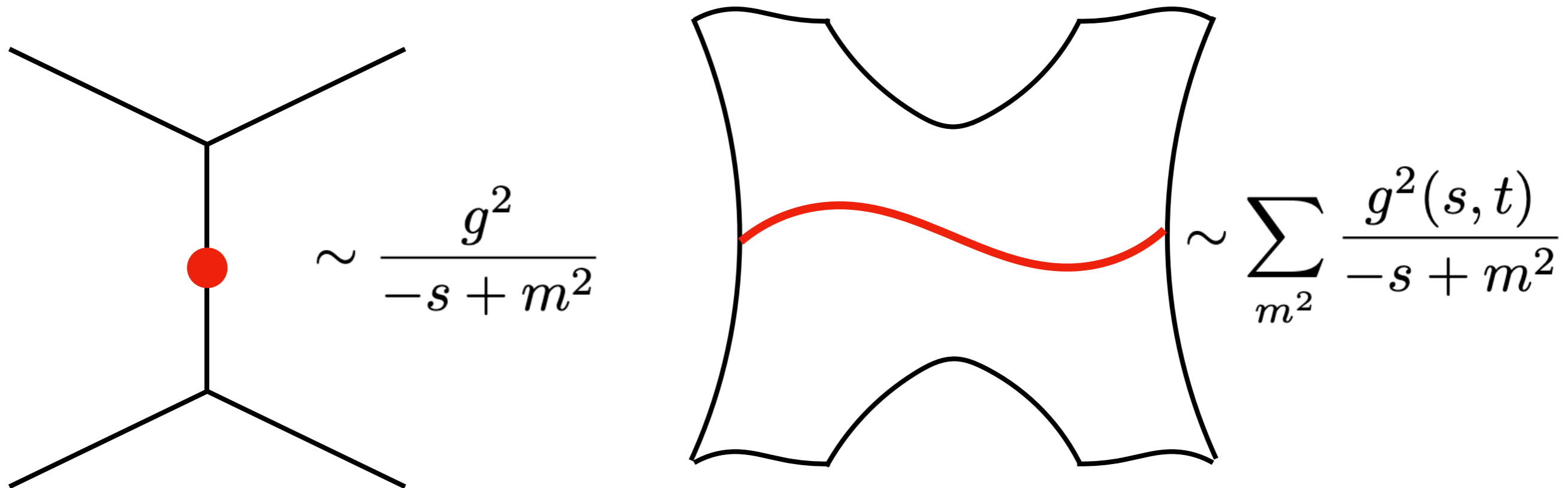
1. ブラックホール-弦 対応
2. 黒体としての弦
3. Hawking放射が止まる説
4. 波束と時間の遅れ再考
- 5. 弦の波束と時間の遅れ**
6. まとめ

# 弦の散乱振幅

光子の散乱振幅から偏光部分を手で取り除いたおもちゃ：

$$\mathcal{A} = \frac{\Gamma(1 + \alpha(s))\Gamma(1 + \alpha(t))}{\Gamma(3 + \alpha(s) + \alpha(t))} \quad \alpha(x) = -1 - \alpha'x$$

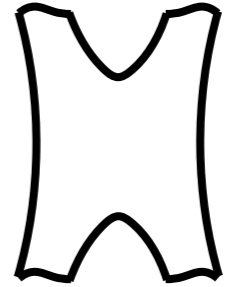
Gamma関数の極は「無限個の粒子のタワー」とみなせる



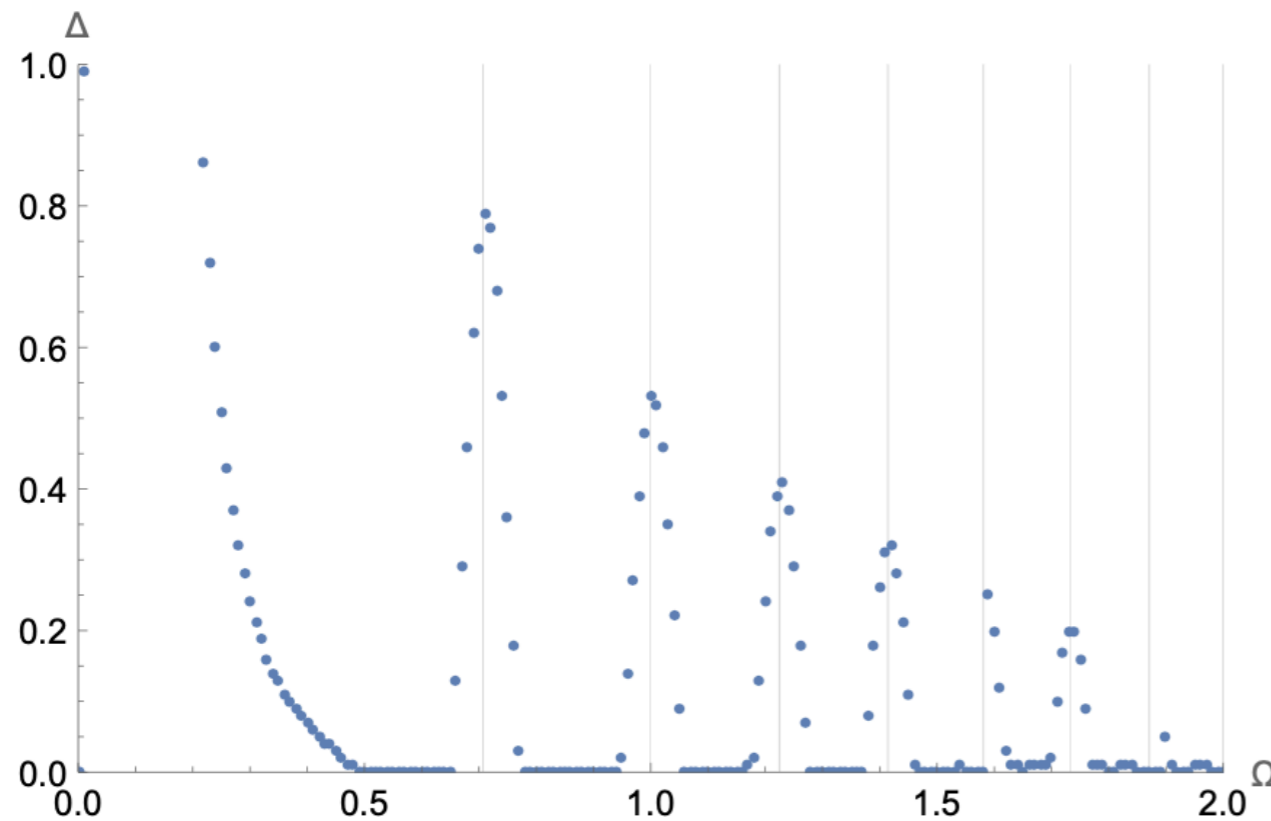
# Gauss波束の遅れ

低エネルギーでも近似の良かった重なりりの計算をする

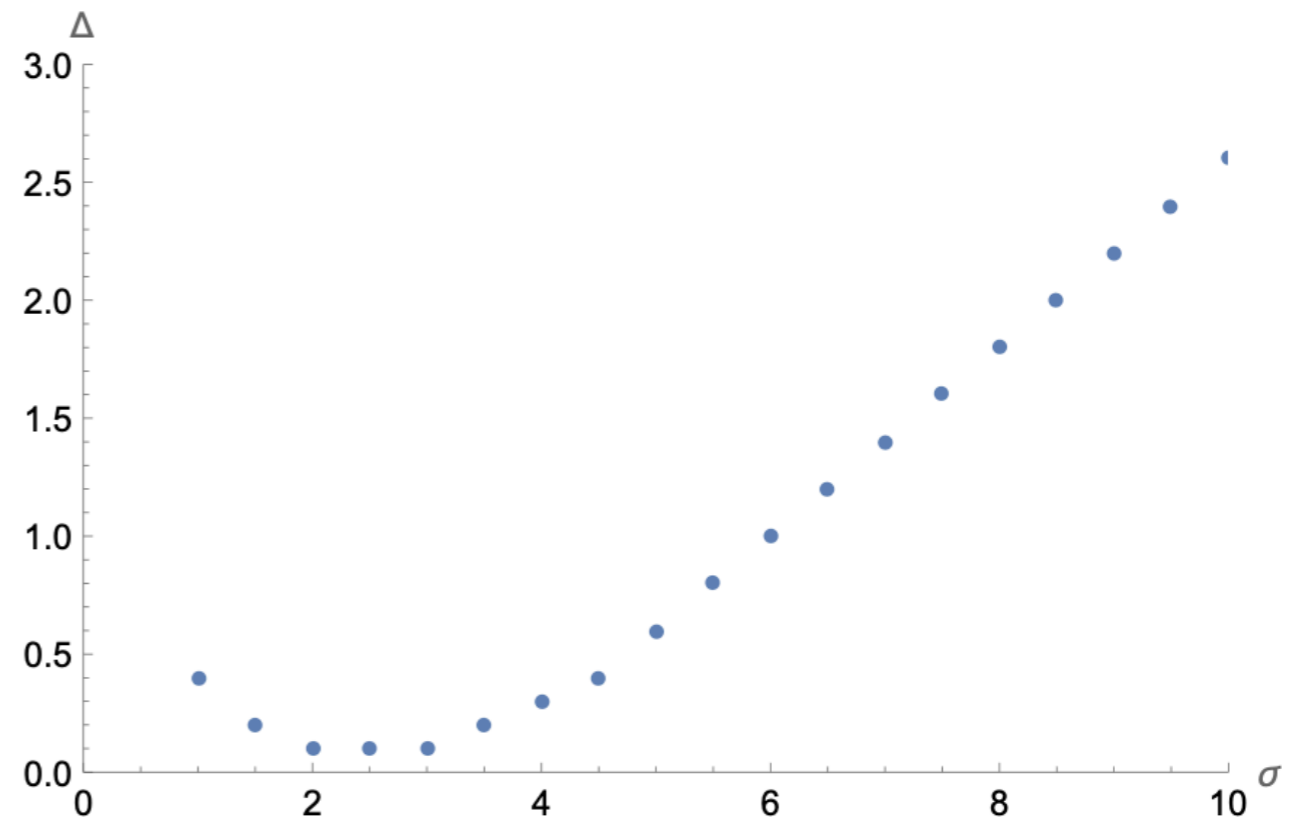
$$\langle \Psi, \Phi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} w^*(\Omega, U - \Delta; \omega) T_{\omega} w(\Omega, U; \omega)$$

$\approx \mathbf{1} +$  

重なりりが最大になる  $\Delta$  を数値計算



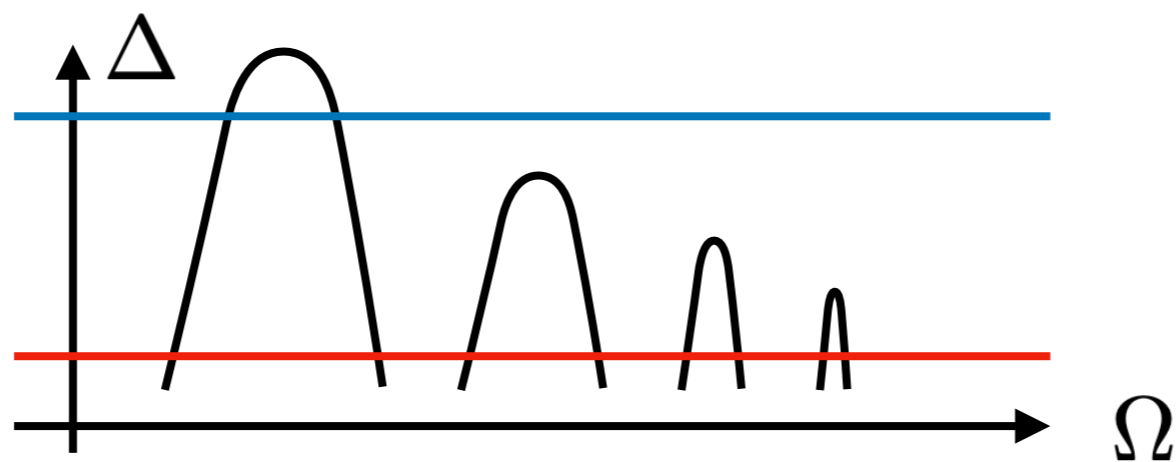
弦の励起スペクトルに対応して  
無限個のピークが立つ



波束の大きさに依存して  
素通りすることもある

# 数値計算からの示唆

定性的には

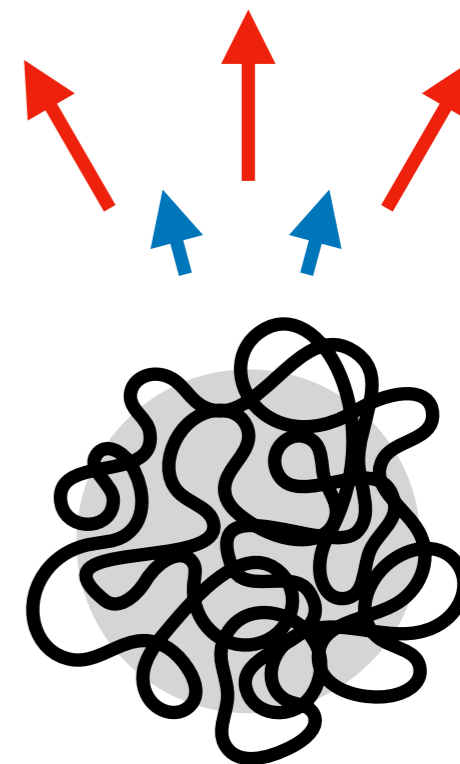


**短時間**で放出される波束の**エネルギーは多岐にわたる**

**長時間**で放出される波束の**エネルギーは小さいもののみ**

同様のことが、高励起弦の生成・崩壊で起これば、Planck分布でいられるのは短時間のみ。それ以降は低エネルギー波束のみが放出される。

-> Hawking放射が止まることへの示唆？



# 弦の波束と Hawking放射の強度の時間依存性

1. ブラックホール-弦 対応
2. 黒体としての弦
3. Hawking放射が止まる説
4. 波束と時間の遅れ再考
5. 弦の波束と時間の遅れ
- 6. まとめ**

# まとめ

## まとめ

**波束と時間の遅れ**を**弦の散乱振幅**で考えた

散乱振幅 → 波束の放出時刻や放射のエネルギー分布の時間発展

今後, **Hawking放射が止まる**ことを導出し**観測可能な予言**を目指せる？

## 今後

先行研究にならい高励起弦の振幅

→ 波束放出時刻や分布の時間発展

波束の大きさや形状への依存性

→ **適切な波束の大きさ・形状は？**    **情報理論との関わり？**

